



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

TRABAJO FIN DE GRADO

Desarrollo del método para el análisis
mediante XFEM de la fractura de un
componente mecánico

Fecha: 11/02/2013

Tutor:

María Lourdes Rubio

Cotutor:

Juan M. Pan

Alumno:

Iván Pérez Salido

Índice

Índice de Figuras	4
Agradecimientos	6
1 Motivaciones y objetivos.....	7
1.1 Motivaciones	7
1.2 Objetivos	7
2 Introducción.....	9
2.1 Resumen de la teoría de la mecánica de la fractura	9
2.1.1 Historia de la Mecánica de la Fractura.....	9
2.1.2 Factor de intensidad de tensiones.....	10
2.1.3 Crecimiento de grieta.....	11
2.2 Tolerancia al daño	16
2.3 Método de Elementos Finitos en la Mecánica de la Fractura.....	17
2.3.1 Abaqus	17
2.3.2 Malla y elementos para la mecánica de la fractura en MEF	18
2.3.3 Modelización de Fisura Cohesiva	19
2.3.4 XFEM	20
3 Desarrollo del problema	24
3.1 Introducción al método.....	24
3.1.1 De Modelo Global a Sub-Modelo (<i>Sub-Modeling</i>).....	25
3.1.2 De Sub-Modelo a Modelo Global	26
3.2 Aplicación a la herramienta.....	28
3.2.1 Datos de entrada (<i>inputs</i>)	28
3.2.2 Geometría Modelo Global	29

3.2.3	Geometría del Sub-Modelo.....	32
3.2.4	Mallado	32
3.2.5	Interacciones	33
3.2.6	Cargas y Condiciones de Contorno.....	35
3.2.7	Steps.....	36
3.2.8	Propiedades del material y secciones.....	37
3.2.9	Aplicación de XFEM (Sub-Modelo).....	37
3.2.10	Outputs.....	38
3.3	Limitaciones del método y de la herramienta	38
4	Ejemplo de aplicación y resultados	39
4.1	Datos de entrada.....	39
4.2	Análisis estático	40
4.2.1	Pretensión.....	40
4.2.2	Carga de tracción	41
4.3	Análisis XFEM.....	43
4.3.1	Tensiones y deformaciones.....	44
4.4	Extracción de material del primer análisis	46
5	Conclusiones y futuros trabajos.....	47
5.1	Conclusiones	47
5.2	Trabajos Futuros.....	47
	BIBLIOGRAFÍA.....	48
	ANEXO.....	49

Índice de Figuras

Figura 1. Tensiones en puntos cercanos a la grieta	10
Figura 2. Primer modo de fallo.....	11
Figura 3. Modelo básico con fractura.....	12
Figura 4. Superficies de plastificación en una fractura	13
Figura 5. Contorno de integración para la integral J	14
Figura 6. Esquema del planteamiento local.....	15
Figura 7. . Elementos recomendados para el mallado	18
Figura 8. Elementos recomendados para el frente de grieta. “Tela de Araña”.....	19
Figura 9. Curva tensión-separación de la modelización de fisura cohesiva	20
Figura 10. Función ampliada con los términos de XFEM.....	21
Figura 11. Límites de integración para la función Heaviside.....	22
Figura 12. Ecuación y condiciones de contorno para el frente de grieta.....	22
Figura 13. Nodos reales y nodos fantasma en los elementos adyacentes a la grieta	22
Figura 14. Esquema de la iteración	24
Figura 15. Ejemplos de Modelo Global y Sub-Modelo.....	25
Figura 16. Variaciones en los desplazamientos.....	26
Figura 17. Tensiones en el Sub-Modelo después del rebaje.....	26
Figura 18. Ejemplo de extracción de material	27
Figura 19. Modelo Global	28
Figura 20. Diseño del herraje	30
Figura 21. Sección del bulón.....	31
Figura 22. Geometría del Sub-Modelo y rebajes.....	32
Figura 23. Mallado en el taladro.....	33

Figura 24. Contactos entre herraje y bulón	34
Figura 25. Contactos entre placa horizontal y bulón	34
Figura 26. Cargas y Condiciones de Contorno del Modelo	36
Figura 27. Tensiones Máximas Principales después de la pretensión	40
Figura 28. Tensiones Máximas Principales después de la tensión	41
Figura 29. Tensiones producidas por la flexión del radio de acuerdo	42
Figura 30. Esfuerzos máximos de tracción en el herraje	43
Figura 31. Elementos dañados.....	43
Figura 32. Tensión máxima principal en un elemento XFEM	44
Figura 33. Diferencia de esfuerzos en incrementos 10/11.....	45
Figura 34. Deformación máxima principal en un elemento XFEM	45
Figura 35. Extracción de material de la primera iteración	46

Agradecimientos

Todo gran trabajo conlleva la implicación de muchas personas. Éste, en especial, no habría sido posible sin la insistencia de todas las personas que han estado a mi alrededor.

Gracias a todas las personas que buscaban llevarse a cambio el verme realizado; su ayuda constante y, sobretodo, su aguante, ha sido indispensable. Gracias a los que me han soportado cuando estaba insostenible, porque me han hecho ver cuando sólo había problemas.

Gracias a los que me han dado consejo y me han cuidado al llegar a casa, me han permitido descansar para levantarme al día siguiente y seguir luchando, y ninguno ha esperado nada a cambio. Esta es la mejor compensación que podía darles, os felicito también por vuestro trabajo.

Especial mención a mis compañeros, por quedarse horas que nadie les iba a pagar, y porque su objetivo prioritario ha sido el de enseñarme. Y a mis tutores, María Lourdes Rubio y Juan M. Pan por todas las prisas que hemos pasado para llegar hasta hoy.

También gracias a esa persona, por mostrarme el camino, porque por seguir sus pasos he llegado hasta aquí, has sido mi ejemplo y mi referencia... Y lo sigues siendo.

Y por último, si este proyecto pudiera llevar el nombre de dos autores, uno de ellos sería el de ella, porque cada minuto invertido por mí en este trabajo, ella ha gastado otro. Porque cada problema que ha surgido, ella ha luchado la que más por resolverlo, aún sin saber que era. Porque cuando ya no quedaban fuerzas para más, ella las ha sacado. Y porque ha sido el motivo de todo, desde el primer día.

1 Motivaciones y objetivos

1.1 Motivaciones

Hoy en día, gracias al importante desarrollo de las herramientas computacionales destinadas al cálculo estructural mediante el Método de Elementos Finitos (MEF), es más sencillo diseñar y optimizar estructuras resistentes a las cargas producidas en la vida en servicio de la misma.

El crecimiento casi exponencial de las tecnologías y la experiencia desarrollada durante los últimos años en la creación de modelos virtuales nos ha permitido automatizar prácticamente todo el camino que recorre una estructura desde los primeros bocetos hasta su puesta en el mercado.

Gracias al cálculo estático de las cargas más severas o cargas pico que debería soportar la estructura durante su vida útil es más o menos sencillo, mediante los programas basados en MEF, saber si va a ser resistente o no la estructura.

Por el contrario, la experiencia ha demostrado que no basta solamente con calcular la resistencia a la carga última, las estructuras también se *rompen* por el fenómeno de la fatiga. Este fenómeno es más complejo puesto que hay que conocer antes las cargas a las que está sometido el modelo durante todo el servicio del mismo. Aun así, a día de hoy, la ingeniería computacional ya es capaz de calcular y resolver problemas de fatiga.

El problema que aborda el Trabajo Fin de Grado, sin embargo, va un paso más allá de la fatiga. Debido a la fabricación industrial de los objetos, hay partes de la estructura que, aún antes de montarlas, ya contienen pequeñas grietas llamadas *Quality flaw* (QF) que son inevitables.

Estas grietas hacen que se acumulen tensiones residuales y empiecen a crecer debido a las cargas cíclicas. El cálculo de fatiga en este caso deja de ser útil y las fisuras pueden alcanzar un tamaño crítico que, en ocasiones, pueden provocar accidentes catastróficos.

El estudio de la tolerancia al daño trata de calcular el tiempo de vida de una estructura cuando se propaga una grieta en la misma y es, a día de hoy, igual o más importante que todos los demás análisis que se realizan en las estructuras aeronáuticas. La rotura de algún componente crítico provocaría un desastre. El problema es que automatizar un método de análisis de tolerancia al daño no es sencillo y solamente se realiza para modelos simples.

1.2 Objetivos

El objetivo principal es el desarrollo de un método de cálculo de tolerancia al daño gracias a la creación de una herramienta que usa el novedoso módulo XFEM que ha desarrollado Dassault para su programa Abaqus; saltándose las limitaciones todavía existentes a la hora de calcular la propagación de grieta en los modelos virtuales.

Para la implementación de este método se va a desarrollar una herramienta para resolver la aparición y la propagación de una grieta en un modelo de herraje específico en estructuras

aeronáuticas mediante cargas estáticas. La programación de la herramienta se realizará en lenguaje Python que es el requerido por Abaqus.

Se pretende desarrollar una herramienta que parametrize las dimensiones y condiciones de contorno del herraje, por lo que al inicio se pedirán algunos datos de entrada que luego se usarán para generar el modelo global. En este estudio que se describe en el documento esta aplicación es de gran utilidad como primer paso para estudios futuros sobre la aparición de grieta y será importante para poder buscar resultados estadísticos y comparaciones sobre diferentes ensayos de una manera sencilla (e incluso generar un lanzador de casos automático). Por ejemplo la influencia en la aparición de grietas de los radios de acuerdo, del espesor, del diámetro del bulón...

Posteriormente se aplicará a un ejemplo concreto, donde el material, las cargas o la geometría no han sido fielmente reproducidas ni normalizadas, puesto que, lo importante es poder aplicar el método a una herramienta para que pueda automatizar un problema de tolerancia al daño. En trabajos posteriores se aplicará para modelos virtuales que se puedan comparar con ensayos reales.

2 Introducción

2.1 Resumen de la teoría de la mecánica de la fractura

Antes de desarrollar la teoría en Elementos Finitos de la mecánica de la fractura hay que tener en cuenta el planteamiento que calcula la propagación de grieta en el sólido rígido.

2.1.1 Historia de la Mecánica de la Fractura

La mecánica de la fractura es la ciencia que estudia los mecanismos y procesos de propagación de grietas en sólidos, así como la distribución de tensiones y deformaciones que ocurren en un material agrietado o con discontinuidades sometido a cierta tensión externa.

Esta ciencia empezó a desarrollarse durante la Primera Guerra Mundial cuando un ingeniero aeronáutico, Alan Arnold Griffith, motivado por la gran diferencia entre la tensión de rotura atómica de un material y la tensión de rotura de una estructura del mismo material (menor la de ésta), se dispuso a buscar una teoría que reconciliara estos dos hechos contradictorios.

Griffith sugirió que la baja resistencia a la fractura observada en los experimentos era debida a la presencia de pequeñas roturas microscópicas en la masa del material.

Para comprobar la hipótesis de la fractura, introdujo una grieta artificial en las probetas experimentales. Dicha fractura era mucho mayor que otras fracturas en la probeta. Los experimentos demostraron que el producto de la raíz de la semilongitud de la grieta y la tensión en la misma era aproximadamente constante, es decir:

$$\sigma_f \sqrt{a} = C \quad (2.1)$$

El crecimiento de una grieta requiere la creación de dos superficies nuevas a cada lado de ella lo que implica un incremento de la energía superficial. Griffith encontró una expresión de la constante C en términos de energía superficial, donde el fallo ocurre cuando la energía libre alcanza un valor pico en la longitud de grieta crítica, si se supera, la energía libre decrece por el incremento de la longitud de grieta.

Sin embargo, este trabajo fue ignorado mucho tiempo. La razón era que para los materiales estructurales actuales el nivel de energía necesaria para causar la fractura es mucho mayor que el correspondiente a la energía superficial.

La teoría de Griffith da una excelente aproximación para los resultados de materiales frágiles puesto que apenas tienen deformación plástica antes de la rotura. Sin embargo, en los materiales dúctiles se produce deformación plástica en los extremos de las grietas lo da lugar a la disminución de las tensiones antes de que se rompan los enlaces.

En materiales dúctiles en el extremo de toda la fisura se desarrolla una zona de plastificación. Cuando la carga aplicada aumenta, la zona plástica crece hasta que la fisura progresa descargándose el material a ambos lados de la fisura ya progresada. El ciclo de carga y descarga cerca de la fisura comporta una disipación de energía en forma de calor y plastificación. Eso hace necesario añadir un término disipativo al balance de energía propuesto por Griffith para materiales frágiles, en resumen, se puede decir que hacer crecer una grieta en un material dúctil requiere más energía adicional que la requerida en los materiales frágiles.

Por lo tanto, la energía total se puede dividir en dos partes: la energía elástica almacenada y la energía disipada (ésta a su vez se divide en energía superficial y energía plástica), modificando de la siguiente manera la ecuación de Griffith:

$$\sigma_f \sqrt{a} = \sqrt{\frac{E G}{\pi}} \quad (2.2)$$

Para materiales frágiles el término de energía superficial es predominante sin embargo para materiales dúctiles es la disipación plástica.

2.1.2 Factor de intensidad de tensiones

Una vez reconocida la energía elástica y la de disipación plástica en la mecánica de la fractura, había que buscar un método de cálculo de la cantidad de energía disponible para romper, en términos de tensiones y campos de desplazamiento, alrededor del frente de fisura en el sólido elástico lineal.

De ello se encargó George Rankine durante la Segunda Guerra Mundial. La siguiente expresión fue la definitiva de tantas horas de investigación:

$$\sigma_{ij} \approx \left(\frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \right) f_{ij}(\theta) \quad (2.3)$$

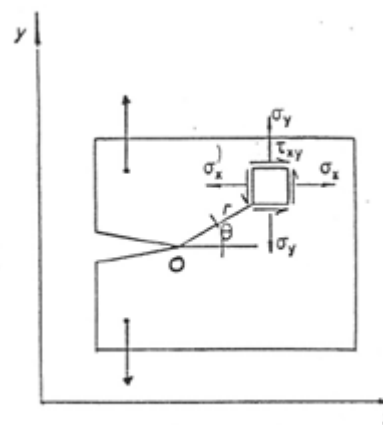


Figura 1. Tensiones en puntos cercanos a la grieta

Donde:

- σ_{ij} son las tensiones de Cauchy
- r es la distancia al vértice de fractura
- θ es el ángulo con respecto al plano de la grieta

- f_{ij} son funciones dependientes de la geometría de la grieta y las condiciones de carga.
- K es el factor de intensidad de intensidad de tensiones

Por otra parte, Irwin descubrió que si el tamaño de la zona plastificada alrededor de una grieta era pequeño comparado con el tamaño de la propia fisura, un cálculo completamente elástico sería suficiente para calcular la energía necesaria para la propagación de la misma.

Suponiendo esto, el ritmo de liberación de energía para el crecimiento de la fisura puede ser calculado como la variación en la deformación elástica por unidad de área de la fisura:

$$G = - \left[\frac{\partial U}{\partial a} \right]_P = - \left[\frac{\partial U}{\partial a} \right]_u \quad (2.4)$$

Donde U es la energía elástica del sistema y a es la longitud de la fisura. Tanto la carga P como el desplazamiento u pueden mantenerse constantes al evaluar esta magnitud.

De este modo apareció una modificación nueva a la teoría de sólidos de Griffith. El término de Intensidad de Tensiones reemplazó a la tasa de liberación de energía y la tenacidad a la fractura a la energía de rotura superficial quedando las ecuaciones de la siguiente manera para el primer modo de fallo:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.5)$$

$$K_c = \sqrt{E G_c} \quad (\text{para tensión plana}) \quad (2.6)$$

$$K_c = \sqrt{\frac{E G_c}{1-\nu^2}} \quad (\text{para deformación plana}) \quad (2.7)$$

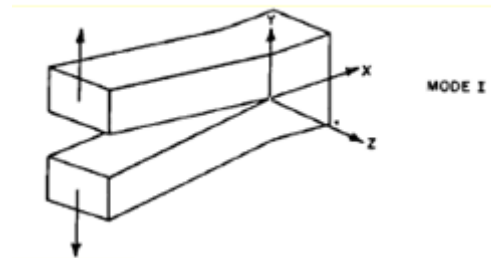


Figura 2. Primer modo de fallo

2.1.3 Crecimiento de grieta

2.1.3.1 Planteamiento energético

En un análisis global de un modelo con fractura, se puede realizar un balance de energía de la situación que está sucediendo en el mismo:



Figura 3. Modelo básico con fractura

$$\frac{dT}{dA} - \frac{dUa}{dA} - \frac{dUr}{dA} = 0 \quad (2.8)$$

Donde:

- Trabajo efectivo de las fuerzas exteriores = $\frac{dT}{dA}$
- Energía elástica almacenada = $\frac{dUa}{dA}$
- Energía de Fractura = $\frac{dUr}{dA}$

Colocando la ecuación se puede comprobar que si la diferencia entre el trabajo efectivo y la energía elástica almacenada es mayor que la tenacidad a la fractura se produce la propagación de la grieta.

$$\frac{dT - dUa}{dA} \geq \frac{dUr}{dA} \rightarrow \text{PROPAGACIÓN} \quad (2.9)$$

Para simplificar y conseguir un criterio de fractura simple se sustituye en la fórmula:

$$\Pi = Ua - T \rightarrow G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.10)$$

$$R = \frac{dUr}{dA} \quad (2.11)$$

G = Tasa de liberación de energía

R = Resistencia a la fractura

CRITERIO DE FRACTURA GLOBAL

$$G \geq R$$

Existen dos formas de expresar la tasa de liberación de energía o la energía potencial. La primera es calcularla mediante la derivada de la rigidez a partir de la siguiente ecuación:

$$\pi = \left(\frac{1}{2}\right) [u]^T [K][u] - [u]^T [F] \quad (2.12)$$

Se deduce

$$G = -\frac{1}{2} [u]^T \frac{\partial [K]}{\partial a} [u] \quad (2.13)$$

Lo que significa que la tasa de liberación de energía es proporcional a la derivada de la rigidez con respecto a la longitud de la fisura.

En una malla de nodos, la solución a la energía potencial se hace realizando el sumatorio de todas las derivadas de la rigidez de cada nodo.

2.1.3.1.1 La integral J

Por otro lado, se puede realizar una aproximación continua de la tasa de liberación de energía a partir de la integral J:

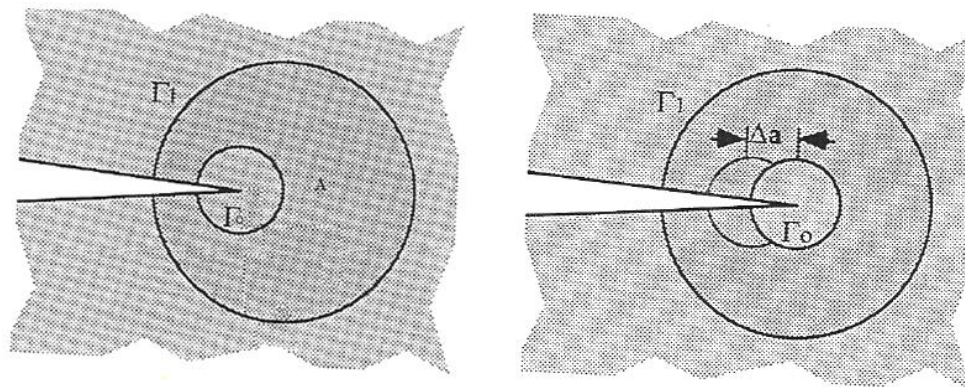


Figura 4. Superficies de plastificación en una fractura

La Integral J representa una forma más sencilla de calcular la Tasa de Liberación de Energía (G) de un material. Si consideramos un modelo 2D como el de la Figura 4, el valor de J puede obtenerse por integración de una función que representa la variación de G en las cercanías del frente de fisura y en dirección ortogonal a un contorno cerrado Γ_0 alrededor del mismo.

Los puntos del material que se encuentran dentro de Γ_0 experimentan una traslación de sólido rígido Δa , los que están fuera de Γ_1 permanecen fijos y los que están entre las líneas Γ_0 y Γ_1 sufren una traslación Δx .

$$J = \int_{\Gamma_0} \left[w dx - \left(\sigma_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial u_y}{\partial y} \right) ds \right] \quad (2.14)$$

Donde:

- x es el eje de propagación.
- Γ_0 es el camino de integración que rodea el extremo de la fisura.
- W es la densidad de energía de deformación elástica.
- σ_x y σ_y las componentes de la tensión sobre el contorno de integración Γ_0 .
- ds la longitud de un elemento diferencial de Γ_0 .

Sin embargo, la forma de esta integral no es muy útil para su implementación numérica pues se han de obtener tensiones y deformaciones a lo largo de un contorno que ha de ser muy pequeño.

Para resolver la integral lo más sencillo es considerar otro contorno (Γ_1) como el de la siguiente figura:

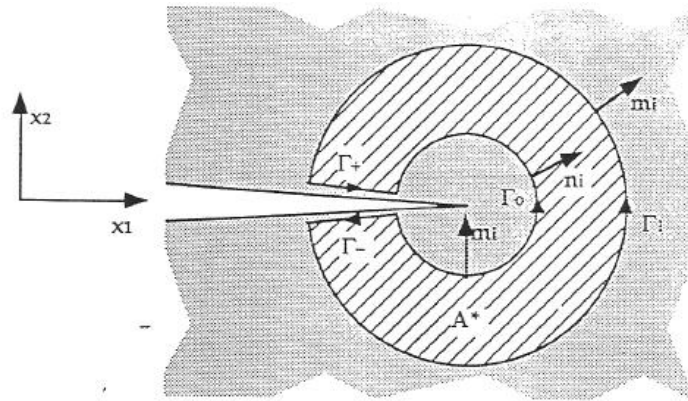


Figura 5. Contorno de integración para la integral J

En este caso se demuestra que la integral J queda de la siguiente manera:

$$J = \int_{A^*} \left\{ \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - w \delta_{ij} \right] \frac{\partial q}{\partial x_i} + \left[\sigma_{ij} \frac{\partial \varepsilon_{ij}^p}{\partial x_j} - \frac{\partial w^p}{\partial x_i} - F_i \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] q \right\} dA - \int_{\Gamma_+ + \Gamma_-} \sigma_2 \frac{\partial u_j}{\partial x_1} q d\Gamma \quad (2.15)$$

siendo

- q un desplazamiento virtual normalizado
- w la densidad de energía de la deformación elástica

- F el vector de fuerzas de masa

Las fuerzas de inercia pueden considerarse, incluyendo la densidad de energía cinética T , en el grupo de términos que multiplica a q .

Esta expresión puede simplificarse considerando condiciones cuasiestáticas y en ausencia de fuerzas de volumen, deformaciones térmicas y fuerzas sobre las paredes de la grieta. El resultado de ello quedaría:

$$I = \int_{A^*} \left\{ \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - w \delta_{ij} \right] \frac{\partial q}{\partial x_i} \right\} dA \quad (2.16)$$

2.1.3.2 Planteamiento local

En un modelo plano, si se analizara el frente de grieta se pueden obtener las expresiones de los tensores que rodean al mismo. Esto es interesante para poder calcular el factor de intensidad de tensiones aplicado al problema.

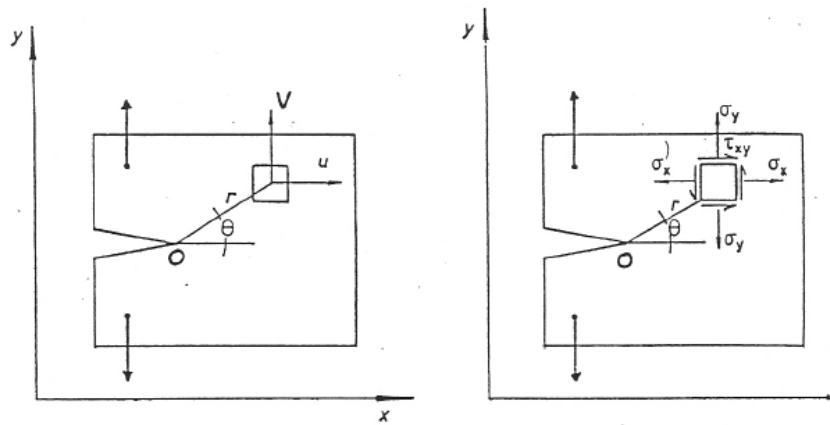


Figura 6. Esquema del planteamiento local

- Tensor de desplazamientos

$$u = \frac{k}{4\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} d_u(\theta) + O\left(r^{\frac{3}{2}}\right) \quad (2.17)$$

$$v = \frac{k}{4\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} d_v(\theta) + O\left(r^{\frac{3}{2}}\right) \quad (2.18)$$

➤ Tensor de tensiones

$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_x(\theta) + O\left(r^{\frac{1}{2}}\right) \quad (2.19)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_y(\theta) + O\left(r^{\frac{1}{2}}\right) \quad (2.20)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{xy}(\theta) + O\left(r^{\frac{1}{2}}\right) \quad (2.21)$$

Con cualquiera de estas expresiones se puede calcular el factor de intensidad de tensiones (K_I) para compararlo posteriormente con la tenacidad a la fractura.

CRITERIO DE FRACTURA LOCAL

$$K_I \geq K_C$$

La tenacidad a la fractura se mide en el modelo puesto que depende del material, del espesor del panel, de la temperatura y de la velocidad de sollicitación de la carga.

2.2 Tolerancia al daño

En una estructura se pueden desarrollar grietas durante la fabricación, daños producidos por fatiga, condiciones ambientales, causas accidentales y las cargas estáticas y cíclicas derivadas de su vida en servicio.

La tolerancia al daño se define como la capacidad que posee la estructura para soportar, sin disminuir su funcionalidad, la presencia de dichos daños hasta que son detectables mediante inspecciones.

El objeto de esas inspecciones es la detección del daño antes de que alcance un tamaño crítico, momento en el cual la estructura es incapaz de soportar las cargas y se produce el fallo estructural.

El análisis de tolerancia al daño de un componente estructural tiene como base los conceptos de resistencia residual y el régimen de crecimiento de grietas. Los resultados requeridos se pueden obtener mediante ensayos, pero también se pueden hacer análisis y predicciones por medio de mecánica de fractura. Por lo general, un análisis requiere:

- Determinar la longitud de grieta mínima detectable, para lo cual se recomienda la experimentación en estructuras similares y conocidas.
- Establecer el historial de carga esperada.
- Predecir la resistencia residual de la estructura bajo la condición agrietada y determinar la longitud crítica de grieta para la resistencia residual mínima requerida.
- Determinar la curva de propagación de grieta desde el tamaño mínimo detectable hasta la longitud de grieta crítica.

La tolerancia al daño en una estructura aeronáutica constituye una parte esencial del diseño, así como del proceso de certificación de la aeronave puesto que las normas FAR exigen una evaluación de la misma. Engloba procesos analíticos, ensayos e inspecciones adecuadas que permiten asegurar la capacidad estructural de la aeronave y el mantenimiento del nivel de seguridad.

En resumen, el método de la tolerancia al daño consiste en diseñar la estructura de forma que, con un adecuado nivel de fiabilidad, pueda mantener la resistencia y aptitud para el servicio, previstas en el proyecto de la misma durante su vida útil. A su vez, tiene que contar con un plan de inspección y mantenimiento, incluido en el proyecto de la estructura y aceptado por escrito por la propiedad, para detectar y corregir cualquier grieta de fatiga que pueda aparecer a lo largo de dicha vida útil.

2.3 Método de Elementos Finitos en la Mecánica de la Fractura

2.3.1 Abaqus

Es una herramienta destinada a resolver problemas ingenieriles basada en el método de elementos finitos. El programa puede resolver desde un simple análisis estático lineal hasta simulaciones complejas dinámicas. Abaqus posee una extensa librería de elementos finitos que permite modelar virtualmente cualquier geometría, así como su extensa lista de modelos que simulan el comportamiento de un gran número de materiales, permitiendo su aplicabilidad en distintas áreas de la ingeniería.

Fue desarrollado en 1978 por la compañía Dassault Systèmes e incorpora cuatro productos básicos en el entorno global:

- *Abaqus/CAE*: Es una aplicación usada para modelar y analizar componentes mecánicos y ensamblajes de piezas. También existe un “sub-producto” incorporado en el CAE para post-procesar los resultados que nos aporta el programa (*Abaqus/Viewer*).
- *Abaqus/CFD*: software capacitado para el cálculo computacional de la dinámica de fluidos.
- *Abaqus/Standard*: Es el análisis general de Abaqus. Emplea el tradicional sistema de integración implícita.
- *Abaqus/Explicit*: Análisis especial que emplea métodos de integración explícita para resolver complejos sistemas no lineales con contactos y cargas transitorias.

Todos estos productos usan un código abierto en lenguaje python para desarrollar *scripts* o modelos parametrizados como el que se desarrolla en este proyecto.

2.3.2 Malla y elementos para la mecánica de la fractura en MEF

En los modelos en los que se vaya a automatizar la mecánica de la fractura según el método de elementos finitos hay que tener especial cuidado en el diseño de la malla puesto que estos análisis requieren cálculos muy sensibles en las zonas cercanas al frente de grieta.

Lo más recomendable es usar elementos lagrangianos de 9 nodos en las zonas más lejanas a la grieta:

- bicuadráticos para problemas bidimensionales y
- tricuadráticos para problemas tridimensionales

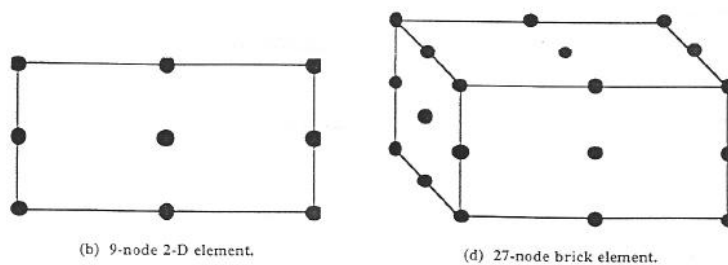


Figura 7. . Elementos recomendados para el mallado

A medida que la malla se va acercando al frente de grieta, es mejor colocar elementos triangulares para hacer transiciones entre zonas.

El problema de estos elementos es la aparición de posibles singularidades (problema que no es deseable en la mayoría de los análisis). Sin embargo, para problemas de fractura, es más eficaz puesto que se requieren elementos que puedan reflejar tensiones infinitas en el frente de grieta.

Obligando a que los elementos tengan una singularidad en la deformación del tipo $\frac{1}{\sqrt{r}}$ se mejora la aproximación y se reduce la necesidad de una malla muy fina.

La malla más eficiente, por lo tanto, sería la llamada *Tela de araña* que presenta unos anillos concéntricos alrededor del frente de grieta. En los anillos más internos se requieren elementos triangulares, como se ha explicado anteriormente, para las transiciones entre zonas.

También, para asegurar la eficiencia de la malla se recomienda utilizar al menos 20 elementos en las zonas radiales puesto que cuando un sólido plastifica en un punto, surgen bandas de deslizamiento con un alto valor de la deformación plástica lo que implica tener una malla muy fina para aumentar su sensibilidad.

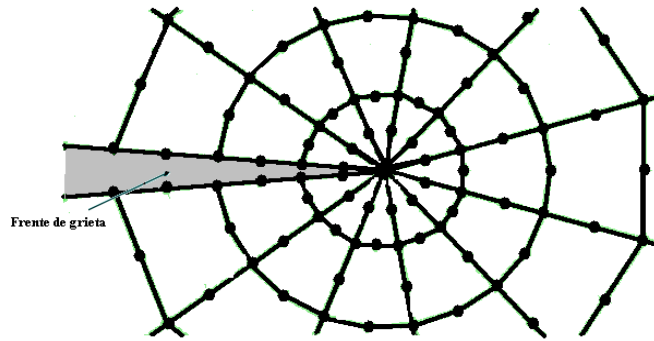


Figura 8. Elementos recomendados para el frente de grieta. "Tela de Araña".

2.3.2.1 Limitaciones del análisis numérico en la mecánica de la fractura

Los métodos numéricos en fractura no pueden reemplazar a la experimentación.

Una de las hipótesis básicas del MEF es la continuidad de la materia y la realidad es que los sólidos contienen vacíos, microfisuras, segundas fases...

El análisis numérico puede facilitar información sobre los campos tensional y deformacional, pero para poder diagnosticar la progresión de la fisura se requiere el establecimiento independiente de un criterio de fallo.

2.3.3 Modelización de Fisura Cohesiva

Es la técnica usada normalmente para modelizar el crecimiento progresivo de fisuras y la delaminación en materiales compuestos. Requiere definir una relación constitutiva que se considera como propiedad de la interfaz y que toma la forma de una ley que relaciona la tensión que transmite la fisura cohesiva con la separación en la fisura (tensión-separación). Esta ley se caracteriza por una etapa inicial en la que existe una relación lineal (elástica) entre tensión y deformación y por un proceso de degradación que culmina cuando la interfaz no es capaz de transmitir tensión.

La siguiente curva muestra la relación constitutiva cohesiva entre la tensión y el desplazamiento (separación):

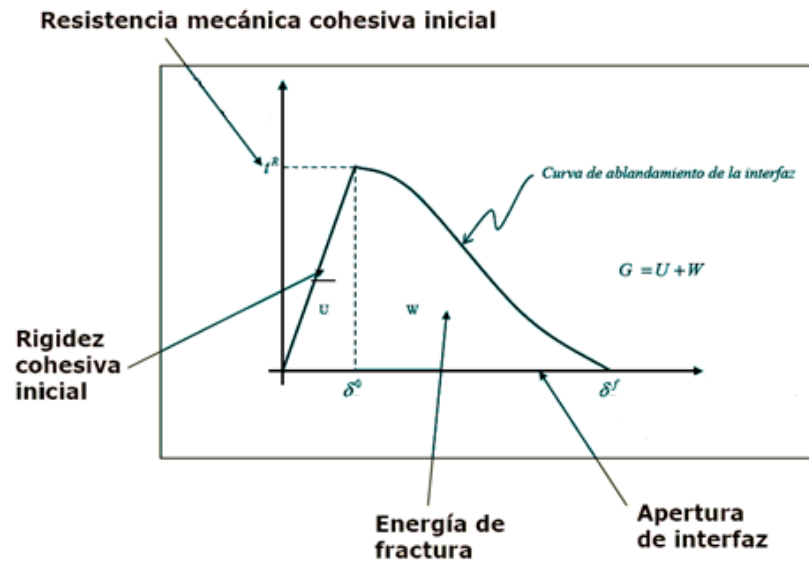


Figura 9. Curva tensión-separación de la modelización de fisura cohesiva

- Resistencia mecánica cohesiva inicial: Es el valor de la tensión máxima aplicada en situaciones de tracción pura o de cortadura pura que la interfaz puede transmitir al modelo antes de que se inicie el proceso de daño.
- Rigidez cohesiva inicial: Relación entre la tensión aplicada y la separación en la fase de apertura elástica. Una rigidez demasiado alta puede dificultar la convergencia en la solución del estado tensional debido a que el proceso de separación no se garantiza hasta que no se inicia el proceso de ablandamiento.

La forma de la curva de ablandamiento, que es considerada una propiedad de la interfaz, queda completamente determinada por la función entre daño y apertura y constituye uno de los parámetros cohesivos a definir.

2.3.4 XFEM

2.3.4.1 Modelización en XFEM

Los métodos de modelización de fractura convencionales sólo permiten la propagación de grieta a lo largo de los elementos que anteriormente se han predefinido para ello. Esto es un inconveniente a la hora de resolver problemas de tolerancia al daño puesto que hay que definir previamente la zona donde se va a generar la grieta y no siempre se pueden realizar experimentos reales del modelo para saber dónde va a ocurrir este hecho.

Sin embargo, gracias al módulo XFEM (eXtended Finite Element Method) de Abaqus, la localización de la grieta pasa a ser independiente del mallado por lo que no hace falta realizar ninguna malla especial como las explicadas en el apartado 2.3.2.

El método que usa XFEM es la creación de unos nodos *dummies* a medida que se va realizando la separación en la grieta. Este sistema de remallado es muy eficaz puesto que puedes realizar modelos más complejos de propagación de grieta debido a que el usuario no tiene que intervenir en cada incremento del análisis.

Además, este módulo puede determinar la capacidad de carga de una estructura agrietada así como proporcionar sus respectivos resultados para su posterior tratamiento gracias a los *ouputs* STATUSXFEM Y PHILSM. En este caso, los encargados de ello son los nodos fantasma (*dummies*) que se han ido creando a medida que se extendía la grieta. El método de integración que se realiza en estos nodos anula el paso de la tensión por esa zona y la distribuye a los nodos adyacentes que sí lo permitan.

2.3.4.2 Fundamentos

La principal característica de este módulo es la modificación en la formulación. Los FEM convencionales utilizan una función polinómica a trozos que XFEM amplía con otros dos términos extras:

- Función “Heaviside” que representa el salto entre los desplazamientos de las superficies de la grieta.
- Función del frente de grieta que modela la singularidad requerida en estos análisis.

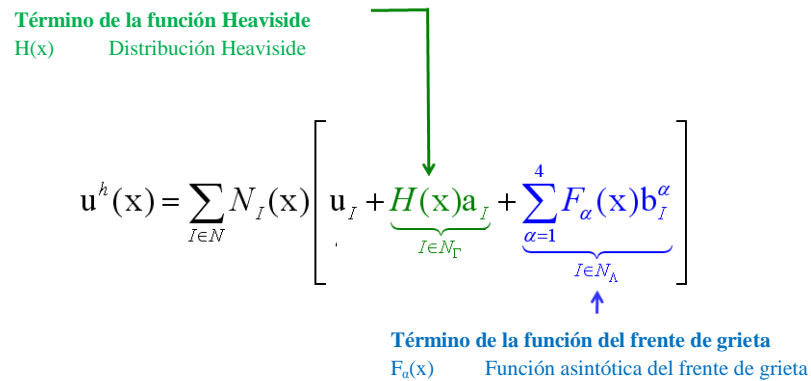
$$u^h(x) = \sum_{I \in N} N_I(x) \left[u_I + \underbrace{H(x)a_I}_{\substack{\text{Término de la función Heaviside} \\ H(x) \quad \text{Distribución Heaviside}}} + \underbrace{\sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha}(x)b_I^{\alpha}}_{\substack{\text{Término de la función del frente de grieta} \\ F_{\alpha}(x) \quad \text{Función asintótica del frente de grieta}}} \right]$$


Figura 10. Función ampliada con los términos de XFEM

Función Heaviside

Tiene en cuenta la apertura en la grieta, y sólo alcanza valores entre -1 y 1 (dependiendo del lado de la fisura donde se encuentre el punto de integración):

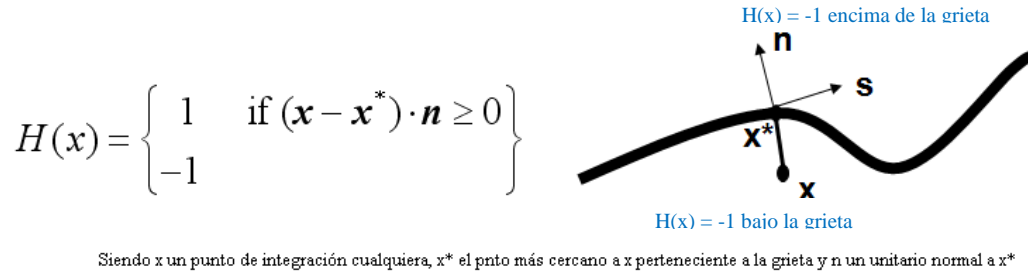


Figura 11. Límites de integración para la función Heaviside

Función del frente de grieta

Aplica la singularidad en el frente de grieta. Utiliza funciones básicas de desplazamiento para los nodos que se encuentran en el frente de grieta.

$$[F_\alpha(x), \alpha = 1 - 4] = [\sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2}]$$

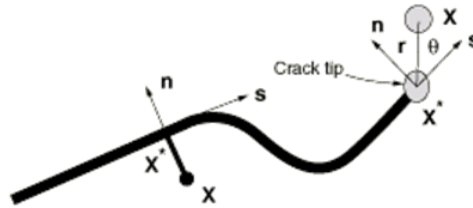


Figura 12. Ecuación y condiciones de contorno para el frente de grieta

Estos términos se aplican a los elementos inmediatos a la grieta. Por ejemplo, en el caso de los elementos que han sido “atravesados” por la grieta y que generan los nodos fantasmas para darle continuidad a la malla utilizan la función Heaviside y se tratan como un único elemento dividido en dos partes, nodos reales y nodos fantasmas, los cuales no incluyen la función del frente de grieta. La Figura 13 muestra un ejemplo de estos nodos.

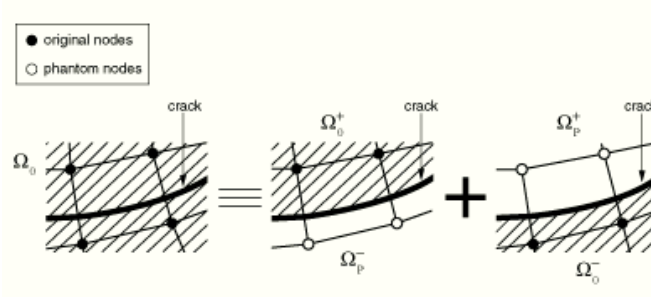


Figura 13. Nodos reales y nodos fantasma en los elementos adyacentes a la grieta

2.3.4.3 Ventajas y Limitaciones

Algunas ventajas del método:

- Fácil definición del inicio de grieta:
 - El mallado es independiente de la grieta
 - No es necesaria una localización anterior de la grieta como en los casos convencionales de FEM
- Analiza geometrías y materiales no lineales
- Se automatiza el trabajo de remallado
- Mejora las tasas de convergencia en casos de grieta estacionaria

Limitaciones a la hora de usar un análisis XFEM:

- Solamente se pueden usar elementos lineales continuos del tipo CPE4, CPS4, C3D4, C3D8...
- No modela el crecimiento de grieta producido por la fatiga
- Está destinado a una o varias grietas que no influyen en la geometría del problema. No puede analizar la rotura total del modelo.
- Un único elemento no puede ser atravesado por más de una grieta
- Las grietas no pueden cambiar la dirección en más de 90 grados en un solo incremento
- Las grietas no pueden ramificarse
- Sólo se pueden considerar contactos con fricciones muy bajas y que sufran pequeños desplazamientos para definir la interacción de la grieta (*frictionless small-sliding*).
- Las únicas regiones que pueden tener materiales modelados con criterio de fallo son las que se va a aplicar el XFEM.
- XFEM no calcula con modelos que tengan contactos entre superficies

3 Desarrollo del problema

Una vez explicada brevemente la teoría de la mecánica de la fractura se plantea el problema que se quiere resolver.

Los siguientes apartados explican la implementación del método en el programa que se ha desarrollado para resolver la propagación de grieta en un herraje con rigidizadores sometido a esfuerzos de tracción.

3.1 Introducción al método

La principal limitación que se pretende salvar con este programa es el poder usar contactos normales entre superficies en el modelo, y además, usar el módulo XFEM para analizar la iniciación y propagación de una fractura hasta la rotura total del sistema estructural.

El método que se va a seguir realiza un proceso iterativo que resuelve casos de un modelo global y un sub-modelo (donde se aplicará el XFEM). A partir de los resultados que proporcionará el Modelo Global se generarán las condiciones de contorno del sub-modelo y viceversa.

Por un lado, el modelo global resolverá el caso estático general que es el que contiene la geometría completa del herraje, así como los contactos que se generan con los demás componentes del problema. Una vez completado el análisis, gracias a la técnica *Sub-modeling* que proporciona Abaqus, se heredarán las condiciones de sub-modelo a una sección simple del herraje.

En el Sub-modelo será donde se aplique el módulo XFEM a la nueva sección puesto que ya no existen los contactos que no permitían lanzarlo. Este módulo solamente se dejará correr unos pocos incrementos (los suficientes para que se genere la grieta y se propague a unos pocos elementos). Esto es debido a que, además de redistribuirse los esfuerzos a medida que va creciendo la fractura, la deformada del problema irá variando, por lo que los resultados obtenidos en el modelo global ya no serán efectivos.

El siguiente paso será el de transmitir al problema completo la fractura que se ha generado en el sub-modelo y lanzar un nuevo caso para obtener los resultados de la deformada que heredará posteriormente.

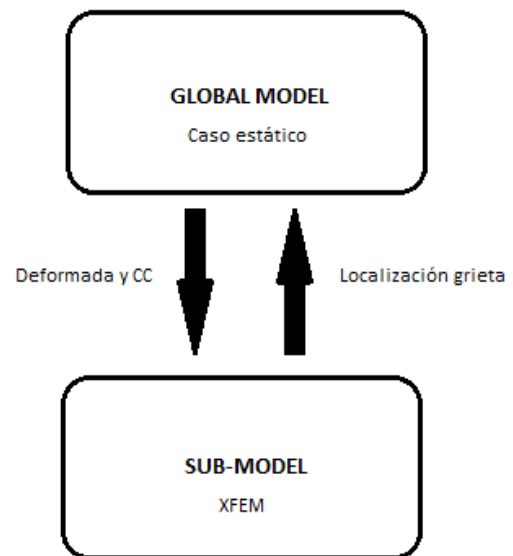


Figura 14. Esquema de la iteración

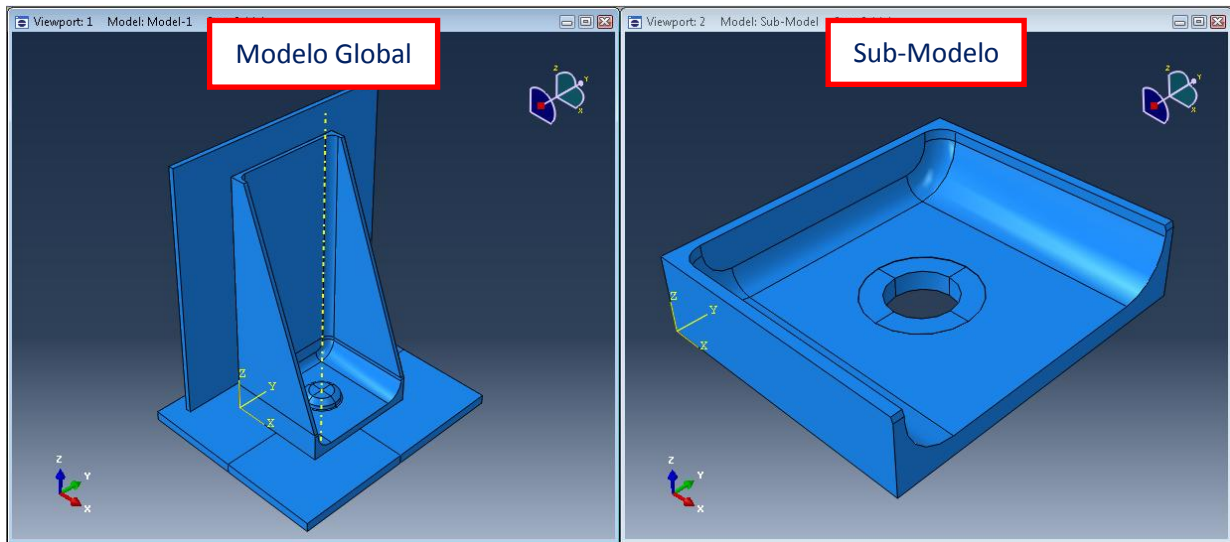


Figura 15. Ejemplos de Modelo Global y Sub-Modelo

3.1.1 De Modelo Global a Sub-Modelo (*Sub-Modeling*)

Esta técnica transfiere los desplazamientos y los esfuerzos que proporciona un modelo global a un modelo simple o sub-modelo. Usa la posición relativa al Sistema de Referencia Global de la sesión CAE en la que se encuentre el problema por lo que se puede simplificar o “recortar” cualquier parte de la geometría que se esté usando en el modelo global siempre y cuando se mantenga en la misma posición.

Por este motivo, hay que tener especial cuidado a la hora de crear el ensamblaje (*Assembly*) del modelo puesto que al mover las piezas para hacerlas coincidir en su sitio correspondiente puede dar lugar al fallo que se ha explicado.

Otra limitación importante que tiene esta técnica es que, normalmente, se busca la geometría más simple posible para realizar un análisis detallado de esa sección por lo que se borran los demás componentes del modelo y desaparecen los contactos entre ellos.

Hasta aquí no parece haber ningún problema puesto que el módulo *Sub-Modeling* aplica los desplazamientos a la geometría nueva y se genera la deformada correspondiente a esa sección. Sin embargo, el problema está en que a veces los contactos entre los diferentes componentes repercuten en la historia de la deformación del Modelo. Cuando esto ocurre, los nodos aquellos que estaban en contacto con otra superficie no traducen correctamente los desplazamientos.

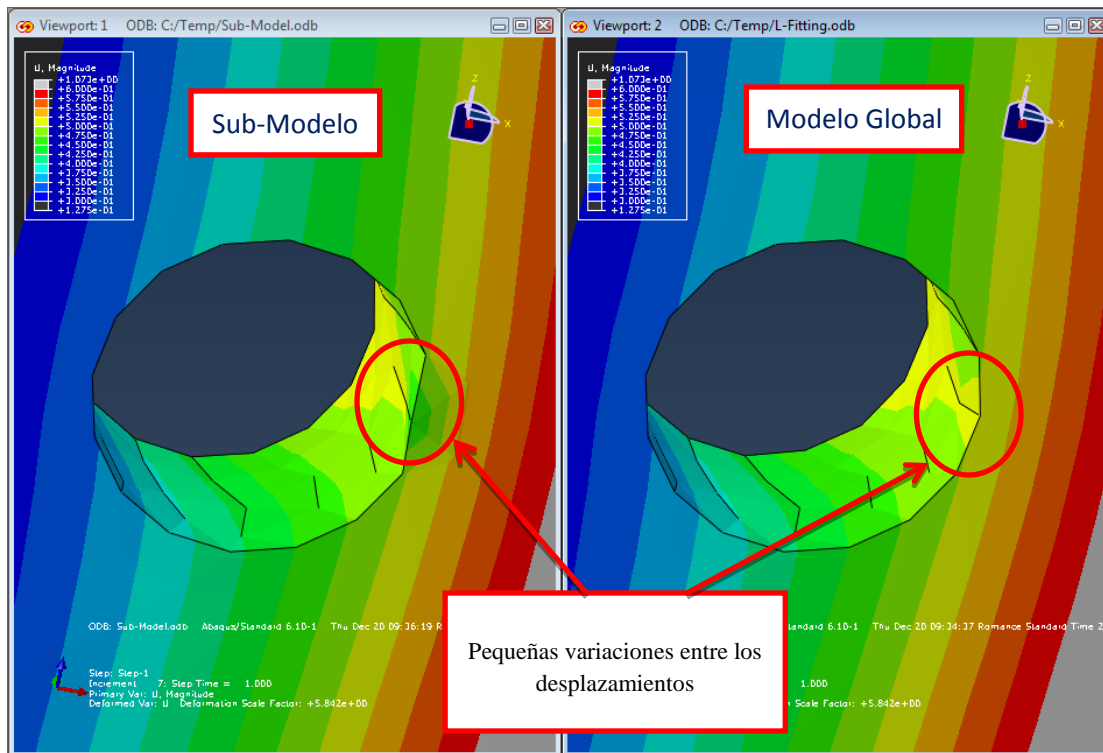


Figura 16. Variaciones en los desplazamientos

Para salvar este problema se ha realizado un rebaje en la superficie de contacto de 0.1 mm. Esta solución ha sido suficiente para que las tensiones y las deformaciones en la nueva superficie apenas difieran de la del modelo global.

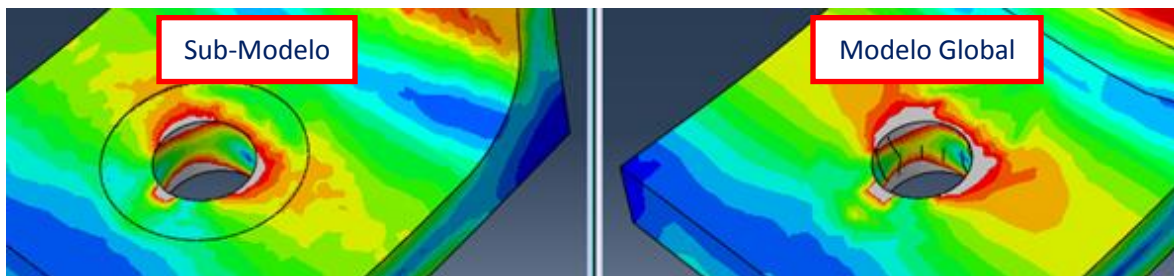


Figura 17. Tensiones en el Sub-Modelo después del rebaje

3.1.2 De Sub-Modelo a Modelo Global

Para trasladar la grieta al modelo global se va a utilizar un método de extracción de material más complejo. Se calcularán los elementos que se han visto dañados al pasar el análisis de XFEM y se retirará una porción de material en el modelo global del tamaño del elemento.

La primera parte que realizará la herramienta en este paso será resolver un bucle que vaya buscando los elementos que han sido afectados por el XFEM. Como se ha explicado anteriormente, el

programa detiene el análisis de XFEM cuando se han visto afectados un número pequeño de elementos puesto que la deformada del modelo global varía según se propaga la grieta y las condiciones heredadas ya no son correctas.

Una vez seleccionados los elementos, se obtendrán las coordenadas de sus respectivos nodos para poder determinar las coordenadas totales de los centroides de los tetraedros mediante la siguiente ecuación:

$$\overline{OG} = \left(\frac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}, \frac{y_1+y_2+y_3+y_4}{4}, \frac{z_1+z_2+z_3+z_4}{4} \right) \quad (3.1)$$

Donde x_i , y_i y z_i son las coordenadas de los vértices (nodos) del tetraedro.

Para extraer el material se utilizará la herramienta *Merge/Cut Instances* de Abaqus por lo que es necesaria una geometría que sirva de matriz de corte. En este caso, se ha escogido una esfera del tamaño suficiente para inscribir un tetraedro de la malla del Sub-Modelo.

Nota: Tiene que ser una esfera puesto que es la única geometría que no va a producir concentración de tensiones en ninguna dirección para que no influya en la propagación de la grieta, sin embargo, para posteriores análisis sí se asegurará de que la grieta siga propagándose por ese punto puesto que la propia esfera en sí es concentradora de tensiones del Modelo.

Se extraerán tantas esferas de material como el número de elementos dañados.

Este método es más exacto cuanto menor sea el tamaño de malla y por lo tanto, el radio de la esfera. Sin embargo, hay que tener en cuenta que el programa realizará un número muy elevado de iteraciones por lo que, al disminuir la distancia entre nodos, aumentará el tiempo de cálculo y además aumentará el número de pasadas (menor material extraído por cada iteración). Habría que hacer una comparación tiempo disponible/precisión requerida.

El siguiente paso será volver a estudiar un caso estático del modelo global (con la grieta generada) y comenzar una nueva iteración.

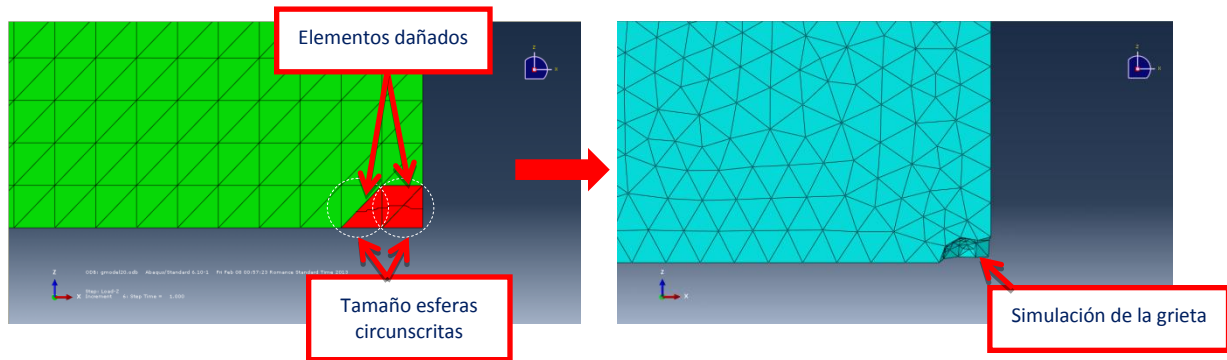


Figura 18. Ejemplo de extracción de material

3.2 Aplicación a la herramienta

La herramienta que se describe en este documento solamente puede realizar cálculos de propagación de fractura para un tipo específico de herrajes, los llamados *half-U*. Se trata de un tipo de herrajes especiales para soportar cargas a tracción en la parte en la que se encuentra el bulón y a cortadura en la que se encuentra remachada. También tiene dos rigidizadores para reducir los esfuerzos de flexión en los radios de acuerdo.

Para simplificar el modelo se ha dispuesto la placa vertical adherida al herraje y se han eliminado los remaches que soportaban los esfuerzos a cortadura.

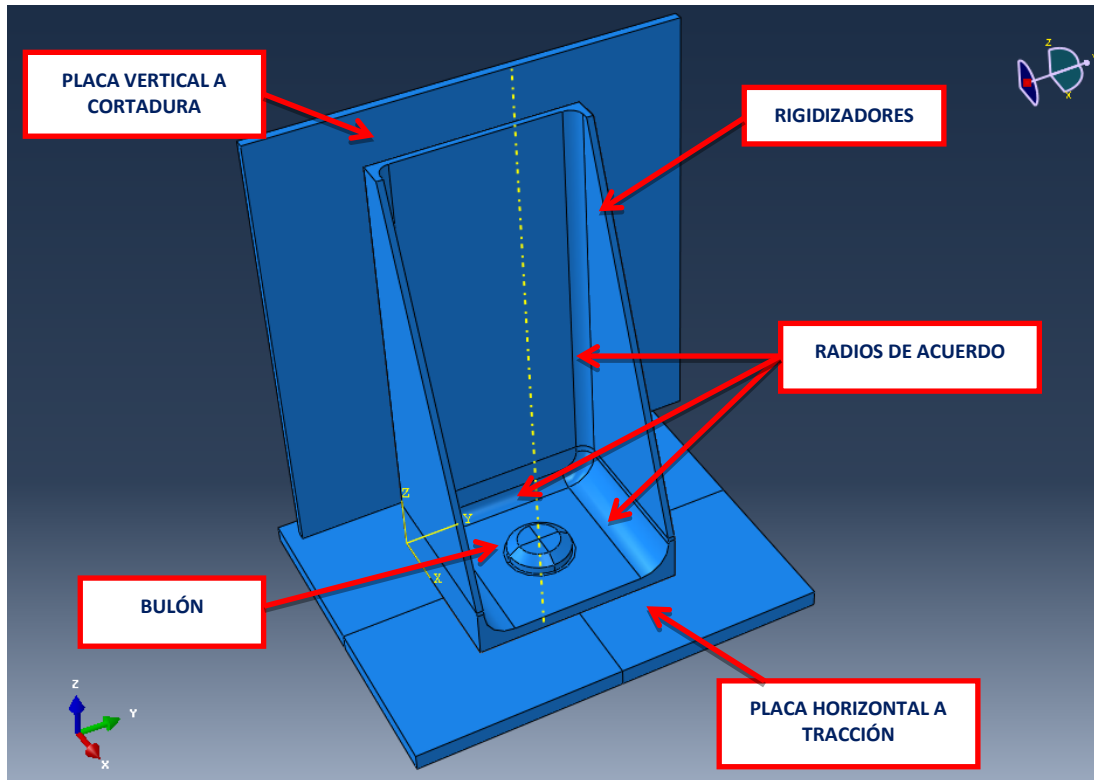


Figura 19. Modelo Global

3.2.1 Datos de entrada (*inputs*)

El programa calculará todas las variables del problema a partir de los siguientes datos de entrada:

Bulón

- Radio de la caña
- Radio de la cabeza
- Espesor de la cabeza
- Fuerza última a tracción

- Módulo de Young
- Módulo de Poisson

Remaches

- Diámetro de la caña
- Fuerza última de cortadura

Herraje

- Radio de acuerdo lateral
- Radio de acuerdo de fondo
- Espesor de la base
- Módulo de Young
- Módulo de Poisson
- Tenacidad a la fractura
- Límite de fluencia

Placa horizontal

- Espesor
- Módulo de Young
- Módulo de Poisson

Placa vertical

- Módulo de Young
- Módulo de Poisson

Malla

- Número de elementos requeridos en una circunferencia (es recomendable 20 como mínimo)
- Tamaño local de los elementos de los radios de acuerdo
- Tamaño de elementos en el Sub-Modelo (finura de la grieta, recomendable un cuarto del espesor de la base del herraje).

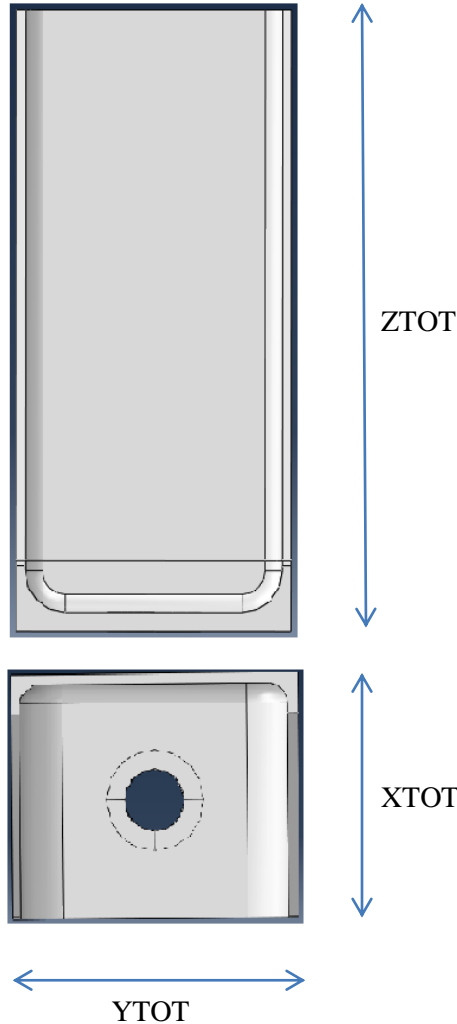
3.2.2 Geometría Modelo Global

3.2.2.1 Herraje

La geometría de este tipo de herrajes está normalizada para que no se produzcan grandes deformaciones en la base y en la pared vertical. Los rigidizadores son los encargados de este hecho distribuyendo la carga a toda la superficie.

Por otro lado, todo el diseño depende de la carga que va a soportar el bulón. Tanto el diámetro del bulón como el de los remaches tiene que ser suficiente para que sean capaces de resistir los

esfuerzos a los que van a ser sometidos. En la Figura 20 se muestran las dimensiones del herraje donde:



ZTOT: Depende del diámetro de los remaches ficticios que se tendrían que colocar en la placa vertical para que aguante la reacción en forma de esfuerzo de cortadura de la carga transmitida por el bulón (se recomienda una separación entre remaches igual a un diámetro). A su vez, también depende de del diámetro de los remaches seleccionados para tal fin:

$$ZTOT = 3 \times D_{remaches} + S_{Base} + r_{acuerdo_fondo} \quad (3.2)$$

XTOT: En este caso, la longitud se calcula a partir del diámetro del bulón. Es recomendable usar una distancia del radio de acuerdo al agujero de $D+1\text{mm}$ y del agujero al borde de $1.5D+1$:

$$XTOT = S_{pared_vertical} + r_{acuerdo_fondo} + D_{bulón} \times 2.5 + D_{bulón} + 2 \quad (3.3)$$

YTOT: Como en el caso anterior, esta longitud también depende del diámetro del bulón y la distancia entre el agujero y el radio de acuerdo es de $D+1\text{mm}$:

$$YTOT = 2 \times (S_{rigidizadores} + r_{acuerdo_lateral} + D_{bulón} + 1 + D_{bulón}/2) \quad (3.4)$$

Figura 20. Diseño del herraje

Debido a los contactos que se generan en el agujero con la caña del bulón es recomendable usar una malla estructurada para que no se produzcan incursiones de nodos. Como es una geometría muy complicada para mallar con hexaedros, se ha realizado cuatro particiones alrededor del taladro para estructurar los elementos tetraédricos.

Los rebajes (*run-out*) en los rigidizadores deben cumplir que el ángulo que forman con la vertical sea mayor a 20 grados.

El mecanizado que hay que utilizar para crear este tipo de herrajes se realiza mediante una fresa que se introduce en un bloque de material en dirección del eje X. Por este motivo se definirá al radio de acuerdo lateral como el radio lateral de la fresa y al radio de acuerdo de fondo como el radio de

fondo de la misma. Estos datos son datos de entrada del programa por lo que habrá que definirlos anteriormente.

Una vez completada toda la geometría se definen las superficies que luego se usarán en el análisis para definir los contactos. Por una parte se seleccionarán las superficies superiores de las cuatro particiones para contactar con la cabeza del bulón, también por otro lado se asignaran como superficie las paredes laterales del agujero que irán pegadas a la caña y por último la parte posterior de la base que contactará con la placa horizontal. En la pared vertical también se definirá una superficie pero ésta irá adherida a la placa vertical. En el capítulo 3.2.5 se detallan estos contactos.

3.2.2.2 Bulón

El bulón se generará como un cuerpo de revolución a partir de la siguiente sección:

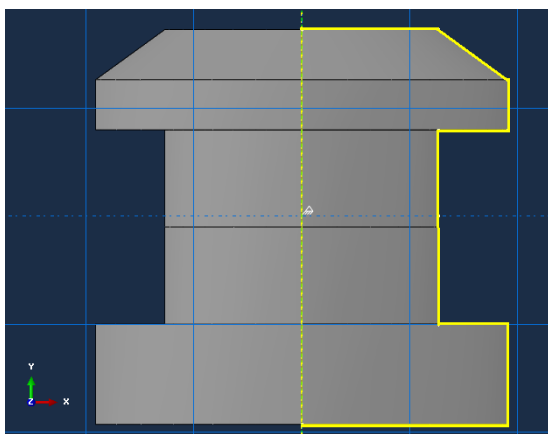


Figura 21. Sección del bulón

Tanto la cabeza como la tuerca del bulón tienen una altura igual al dato de entrada “Espesor de la cabeza”. La altura de la caña dependerá de la base del herraje y de la placa horizontal.

Como en el caso del herraje, se han realizado cuatro particiones al bulón para estructurar la malla, sin embargo esta vez sí es posible usar elementos hexaédricos. También se han seleccionado las superficies de contacto de la caña, de la parte inferior de la cabeza y de la parte superior de la tuerca que contactará, en este caso, con la placa horizontal.

Para terminar, se ha creado una superficie en la sección media de la caña para poder aplicar el esfuerzo de pretensión del bulón. Este tipo de esfuerzo se explicará en el capítulo XXX de este documento.

3.2.2.3 Placas vertical y horizontal

El ancho de las placas es el doble que el del herraje. Sólo se diferencian en el espesor puesto que el de la placa vertical es el mismo que el de la pared vertical del herraje y el de la placa horizontal es un dato de entrada.

Por otro lado, la placa horizontal tiene un taladro para acoplar el bulón por lo que se han realizado cuatro particiones para poder mallarlo con hexaedros.

3.2.3 Geometría del Sub-Modelo

En este caso se ha buscado la geometría más simple posible para poder realizar un tamaño de malla muy fino. Para ello se ha realizado un corte en el herraje a una altura dos milímetros superior al radio de acuerdo lateral manteniendo toda la demás geometría del modelo global.

También se ha realizado el rebaje para salvar los problemas del *submodeling*. En todas las superficies descritas en el apartado 3.2.2.1 pertenecientes al herraje se ha rebajado 0.1 mm de material (ver Figura 22).

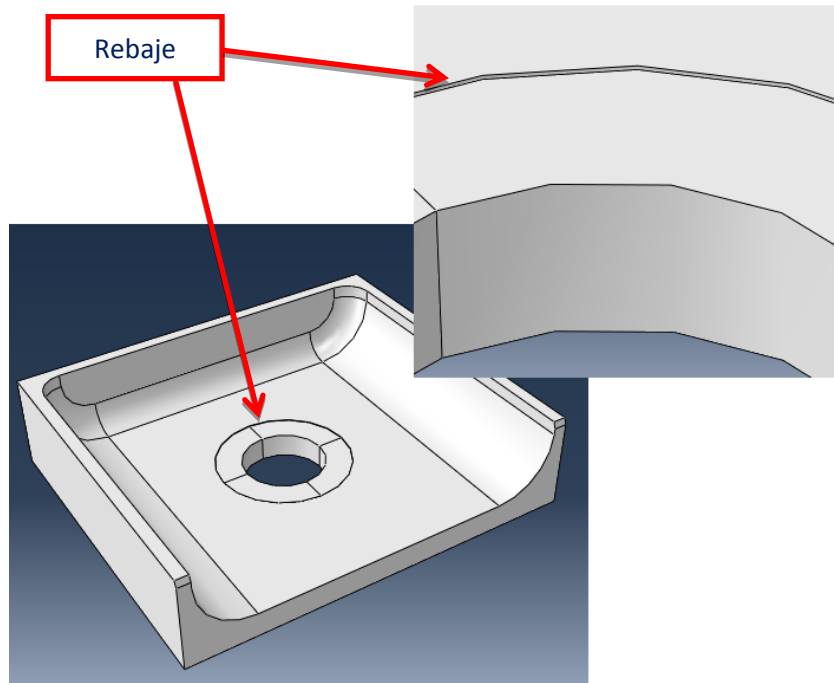


Figura 22. Geometría del Sub-Modelo y rebajes

3.2.4 Mallado

Teniendo en cuenta la cantidad de análisis que se van a necesitar calcular durante todo el método, es recomendable no usar una malla muy fina en el Modelo Global puesto que los resultados más importantes se obtienen del Sub-Modelo (propagación de grieta).

Sin embargo, como se ha explicado en el capítulo 3.2.2.1, debido al contacto entre las dos superficies cilíndricas (taladro y caña), es necesario colocar una malla estructurada y de tamaño similar en esa zona para que no haya intrusión de nodos.

Para obtener una herencia de las condiciones de contorno al Sub-Modelo lo más precisa posible, se han elegido elementos complejos del tipo cuadrático (C3D20R) para mallar el herraje del Modelo

Global. Esto supone la incorporación de un nodo entre los dos vértices del tetraedro por lo que la distancia entre nodos en el bulón ha de ser la mitad que en la del herraje.

Todo esto se consigue colocando unas semillas locales de tamaño fino en la zona de contacto con el bulón, tanto en el taladro como en la superficie superior que contacta con la cabeza y dejar la semilla global predeterminada para el resto de la pieza. Con este método se conseguirá una malla más fina en el taladro y en la base y más ancha en el resto para no incrementar el tiempo de cálculo.

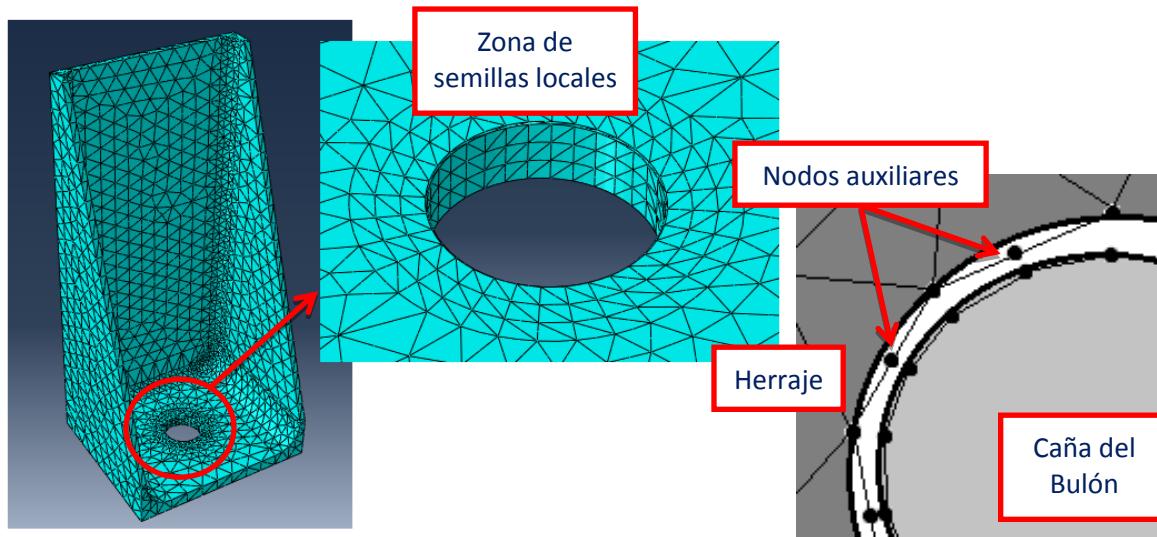


Figura 23. Mallado en el taladro

Todas las demás piezas del Modelo se han mallado con hexaedros de tamaño predeterminado por el programa Abaqus. El bulón también se ha mallado con este tipo de elementos.

En cuanto al mallado del Sub-Modelo se han escogido elementos tetraédricos simples en toda la pieza. La malla estructurada alrededor del taladro se sigue manteniendo.

3.2.5 Interacciones

Este apartado solamente explicará los contactos en el Modelo Global puesto que el Sub-Modelo no tiene interacciones entre superficies.

3.2.5.1 Propiedades de los contactos

Todos los contactos están definidos en su componente normal como “*Hard-Contact*”. Este tipo de contacto se ha escogido por la sencillez de cálculo aunque puede considerarse el contacto que se requiera en cada situación. Se encarga de que no se mezclen una superficie con otra en esa dirección.

En la dirección tangencial están definidos como “*penalti*” con coeficiente de fricción de 0.05 para que no haya tanto desplazamiento relativo entre superficies y ayude a la convergencia del análisis. Como en el caso anterior se puede considerar cualquier tipo de contacto en función de lo que requiera el problema.

3.2.5.2 Contactos entre superficies

En el programa Abaqus se debe definir una superficie *master* y una superficie *slave* en cada contacto que se genere.

La superficie *master* es la encargada de transmitir los resultados de las ecuaciones constitutivas a la superficie *slave* por lo que se recomienda que se defina la superficie *master* en la cara que se encuentra en el elemento que aplica la fuerza y la superficie *slave* en la cara del elemento que reacciona a esa fuerza.

Por otro lado es importante que la malla de la superficie *master* no sea más fina que la de su contigua puesto que los nodos de esta superficie podrían atravesar la malla *slave* al no encontrar nodos con los que contactar.

Herraje-Bulón

Existen dos contactos entre estos dos componentes del Modelo, de los cuales el herraje siempre va a hacer de superficie *master*. Uno es el contacto de la cabeza del bulón con la base horizontal y el otro la caña del bulón con el taladro del herraje.

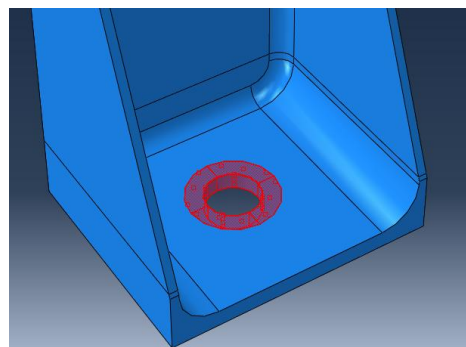


Figura 24. Contactos entre herraje y bulón

Placa Horizontal-Bulón

Los contactos entre estas dos superficies son prácticamente iguales que en el apartado anterior. En este caso las superficies que hacen de *master* son las de la placa horizontal.

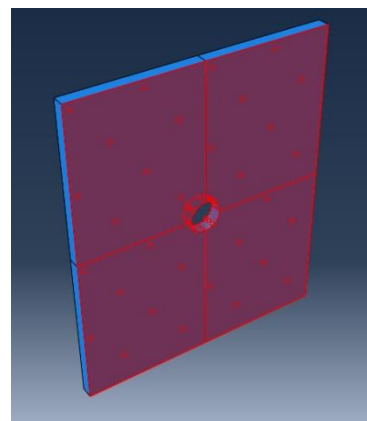


Figura 25. Contactos entre placa horizontal y bulón

Herraje-Placa Horizontal

Es el contacto más sencillo de todos, puesto que, son dos placas rectas que tienden a separarse debido al esfuerzo de tracción. En este caso el *master* es la base aunque el resultado en este caso es indiferente.

Herraje-Placa Vertical

En este caso no existe ningún contacto entre estos dos componentes debido a que están pegadas la pared del herraje y la placa vertical.

3.2.6 Cargas y Condiciones de Contorno

Debido al método de *Sub-Modeling*, las Cargas y Condiciones de Contorno son las mismas para ambos modelos, sin embargo, el método de aplicación es diferente para cada uno.

3.2.6.1 Cargas de tracción y pretensión y Condiciones de Contorno para el Modelo Global

3.2.6.1.1 Cargas

El Modelo Global está sometido a dos tipos diferentes de cargas. Por un lado, el bulón está sometido a una carga de pretensión característica de los tornillos. Esta carga supone el 10 % de la carga última del bulón.

La pretensión se aplica mediante el tipo de carga *Bolted-Load*. En la Figura 26 se puede apreciar la forma de aplicación de esta carga. Se trata de unas cargas de tracción que se aplican en la sección media de la caña del bulón.

Por otra parte, en el borde superior de la placa vertical se aplica una presión equivalente al 20 % de la carga última del bulón en la dirección positiva del eje Z. Esta carga tiene que ser menor que la carga última del bulón puesto que normalmente los herrajes son de materiales menos resistentes que los bulones y se produce la grieta mucho antes.

3.2.6.1.2 Condiciones de contorno

Para que el análisis pueda resolver las ecuaciones planteadas en el sistema, son necesarios tres tipos de condiciones de contorno:

- Empotrar por sus bordes la placa horizontal para que el Modelo no se desplace en el eje Z. Solamente se debe aplicar a los bordes para no condenar la posible deformación de la placa.
- La placa vertical también tiene que ser sometida a restricciones debido a los momentos que se producen en el bulón cuando se aplica la fuerza vertical en la misma, sin embargo, sólo es necesaria la restricción en el eje X, es decir, sólo se permiten movimientos en el plano ZY. Como en el caso anterior, las restricciones se aplican en los bordes de la placa para permitir deformaciones en cualquier dirección.
- Por último, hay que aplicar una restricción en el bulón para no permitir el giro debido a las cargas de pretensión. Esto se consigue simplemente empotrando uno de los nodos del bulón.

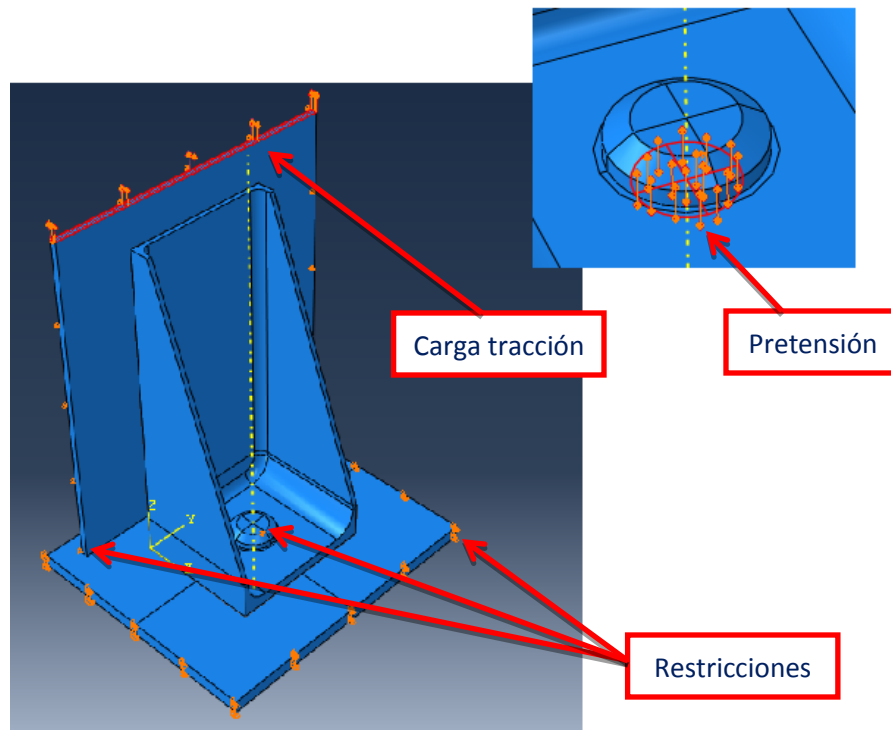


Figura 26. Cargas y Condiciones de Contorno del Modelo

3.2.6.2 Herencia de Cargas y Condiciones de Contorno

Como se explica en el apartado 3.1.1, el método *Sub-Modeling* aplica los desplazamientos y los esfuerzos a los nodos del Sub-Modelo a partir de los del Modelo Global y según el Sistema de Referencia Global que hayamos elegido en Abaqus.

Al ser un sólido rígido habrá que introducir solamente las tres direcciones en el apartado de grados de libertad a la hora de configurar el método *Sub-Modeling* (los giros ya se suponen en el sólido rígido).

Por último, se aplicará una tolerancia exterior de 0.07 para compensar las diferencias del tamaño de malla.

3.2.7 Steps

3.2.7.1 Modelo Global

Para ayudar a la convergencia del análisis se han creado tres steps. Los dos primeros son para aplicar la carga de pretensión al bulón y el tercero para aplicar la de tracción en la placa vertical.

El orden de aplicación es el siguiente:

Pretensión/10: Es el primer step, se implementará el 10 % de la carga de pretensión para ayudar a la convergencia de esta carga. El incremento inicial es 0.0001

Pretensión: Aplica el 100 % de la carga de pretensión. El incremento inicial es 0.2

Carga de tracción: Step en el que se aplica la carga de tracción en el borde superior de la carga vertical. El incremento inicial es 0.1

3.2.7.2 Step XFEM para el Sub-Modelo

En el caso del Sub-Modelo solamente es necesario un único step debido a que la única aplicación que va a tener es el XFEM.

Al ser un módulo que necesita cálculos muy específicos se han reducido los incrementos de carga para ayudar a la convergencia del análisis:

- El máximo número de incrementos será 1000
- El incremento inicial 0.01
- El mínimo incremento posible es de 10^{-9}
- El máximo incremento posible es 0.1

Por otro lado, se ha activado la función *nlgeom* para que el análisis admita grandes deformaciones.

3.2.8 Propiedades del material y secciones

Se han creado cuatro tipos de material para cada complemento del Modelo. Todas las piezas se consideran perfectamente elásticas debido a que se considera que la deformación plástica en el frente de grieta antes de la propagación es muy pequeña respecto al tamaño de la grieta.

Los únicos datos necesarios para cada material son el módulo de Young y el coeficiente de Poisson que deberán darse como datos de entrada al inicio del programa.

3.2.9 Aplicación de XFEM (Sub-Modelo)

Como se ha explicado en apartados anteriores el módulo XFEM sólo se va a aplicar al Sub-Modelo porque este análisis no permite contactos entre superficies como los que se encuentran en el Modelo Global.

La principal característica de XFEM es que es capaz de iniciar la grieta en cualquier parte de un modelo sin haberla localizado previamente. Por ello, se aplicará el dominio de grieta en todo el Sub-Modelo.

3.2.9.1 Criterio de fractura

El criterio de daño al que se va a someter el modelo es mediante el daño por elementos cohesivos.

Para definir el criterio de fractura es necesario modificar el material del herraje puesto que ya no es suficiente un material con parámetros solamente elásticos.

Lo primero hay que definir un criterio de iniciación de grieta que en el caso de este programa será cuando se supere la tensión principal máxima. Y una vez generada la grieta hay que darle un criterio de propagación que para este caso será mediante la tensión de fluencia para los tres modos de fallo.

El daño por elementos cohesivos además, tiene una función de estabilización de la grieta en la que se utiliza el coeficiente de viscosidad. Esta función ayuda en la convergencia del análisis por lo que es importante aplicarla.

3.2.10 Outputs

Los outputs requeridos son los que Abaqus proporciona por defecto en el caso del Modelo Global:

- S: Componentes tensionales e invariantes
- LE: Deformaciones logarítmicas
- U: Desplazamientos y rotaciones
- RF: Reacción de fuerzas y momentos
- NFORC: Fuerzas nodales debido a la tensión en los elementos
- CSTRESS: Tensiones en los contactos
- CDISP: Desplazamientos en los contactos

Para el Sub-Modelo es necesario aplicar los outputs STATUSXFEM Y PHILSM para que el programa analice los elementos que han sido dañados en cada incremento de carga.

- STATUSXFEM: Estado de XFEM en los elementos
- PHILSM: Acumulación de la energía de rotura

3.3 Limitaciones del método y de la herramienta

Aun habiendo salvado las limitaciones que ofrecía XFEM, esta herramienta no es capaz de calcular cualquier tipo de modelo. La siguiente lista muestra algunas de las limitaciones que condicionan el análisis de la propagación de grieta en cualquiera de los casos.

- La herramienta es exclusiva para un único tipo de herraje: Un solo bulón y rigidizadores a ambos lados.
- La propagación de grieta no es sensible a cargas cíclicas de fatiga, únicamente a cargas estáticas.
- El aumento en la precisión del análisis hace aumentar considerablemente el tiempo de cálculo.
- Para mallados muy complejos puede dar lugar a errores a la hora de remallar un vez iniciada la grieta.
- Algunos resultados útiles (tiempos de cálculo, número de incrementos...) tienen difícil acceso y no están automatizados.

4 Ejemplo de aplicación y resultados

Este capítulo muestra un ejemplo de aplicación de la herramienta, además de un análisis de los resultados obtenidos en el problema.

Hay que tener en cuenta que lo que se pretende explicar en este documento es el método para propagar una grieta a través de un sistema complejo con contactos entre varios complementos. Los datos que se usarán como “datos de entrada” pueden no ser reales.

4.1 Datos de entrada

El programa calculará todas las variables del problema a partir de los siguientes datos de entrada:

Bulón

- Radio de la caña → 6.35 mm
- Radio de la cabeza → 9.56 mm
- Espesor de la cabeza → 4.64 mm
- Fuerza última a tracción → 106.50 kN
- Módulo de Young → 110.00 GPa (Titanio)
- Módulo de Poisson → 0.31 (Titanio)

Remaches

- Diámetro de la caña → 6.35 mm
- Fuerza última de cortadura → 20.66 kN

Herraje

- Radio de acuerdo lateral → 9.00 mm
- Radio de acuerdo de fondo → 4.00 mm
- Espesor de la base → 4.00 mm
- Módulo de Young → 71.00 GPa (Aluminio)
- Módulo de Poisson → 0.33
- Tenacidad a la fractura → 100 MPa·(mm)^{1/2}
- Límite de fluencia → 495.00 MPa

Placa horizontal

- Espesor → 5.00 mm
- Módulo de Young → 154 GPa
- Módulo de Poisson → 0.35

Placa vertical

- Módulo de Young $\rightarrow 71.00 \text{ GPa}$
- Coeficiente de Poisson $\rightarrow 0.33$

Malla

- Número de elementos requeridos en una circunferencia $\rightarrow 21$
- Tamaño local de los elementos de los radios de acuerdo $\rightarrow 1$
- Tamaño de elementos en el Sub-Modelo $\rightarrow 1$

A partir de estos datos de entrada se generarán todas las demás variables que necesita el programa para el cálculo.

4.2 Análisis estático

Como se ha explicado en el capítulo 3.2.7.1, el primer análisis que se ejecuta es el estático del Modelo Global en tres steps (los dos primeros aplican la pretensión).

La Figura 19, Figura 23 y Figura 26 muestran la geometría, el mallado y las cargas y condiciones de contorno del Modelo Global de este ejemplo.

4.2.1 Pretensión

La Figura 27 muestra los efectos de la pretensión en tensiones máximas principales en el bulón y en el herraje antes de aplicar las cargas de tracción.

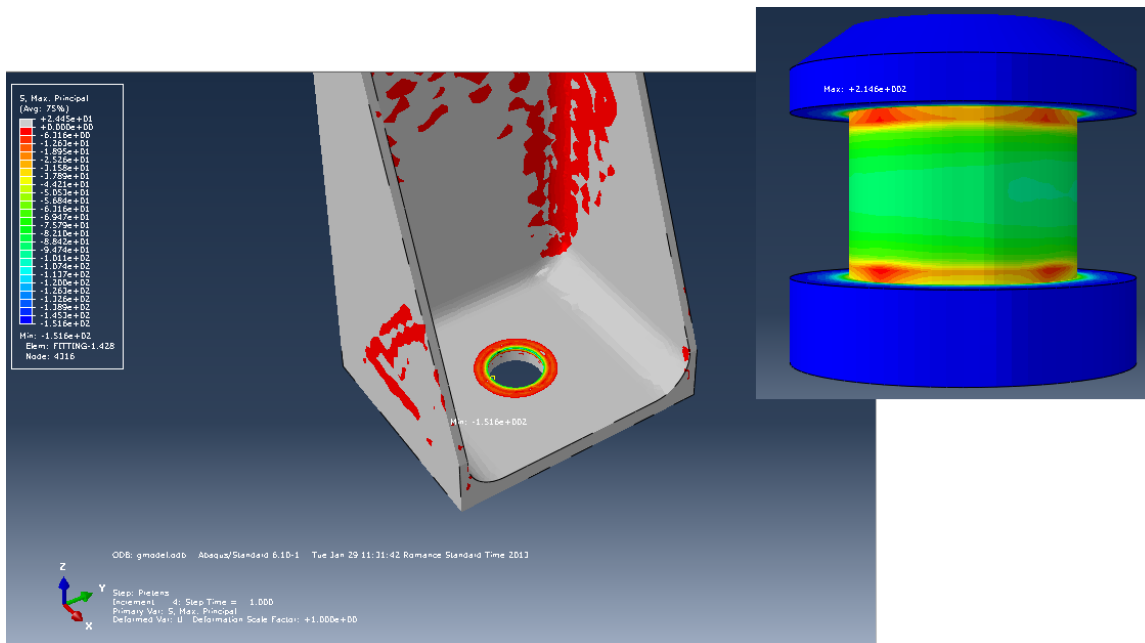


Figura 27. Tensiones Máximas Principales después de la pretensión

Como se puede observar, en el herraje se produce una compresión alrededor del taladro en la dirección máxima principal puesto que es donde surgen las reacciones procedentes de la cabeza del bulón. El valor máximo de esta tensión de compresión es:

$$\sigma_{\text{mínima_dirección_max_principal_herraje}} = -151.6 \text{ MPa}$$

Por otro lado, en la caña del bulón se puede apreciar la evolución de la tensión a lo largo de la misma. El valor máximo de tracción en la caña del bulón es el siguiente:

$$\sigma_{\text{max_principal_bulón}} = 214.6 \text{ MPa}$$

Con la Fuerza Última a tracción que puede soportar el material del bulón (Titanio) y el diámetro de la caña se puede comprobar que el bulón no rompe antes que el herraje por lo que es correcto analizar el XFEM sólo en este último.

$$\sigma_{\text{rotura_bulón}} = \frac{F_{tu}}{A_{\text{caña_bulón}}} = \frac{106.50 \times 10^3}{\pi \times 6.35^2} = 1.40 \text{ MPa}$$

4.2.2 Carga de tracción

Una vez aplicada la pretensión comienza el proceso de carga en el Modelo. Después de seis incrementos el resultado final del análisis estático es el de la Figura 28:

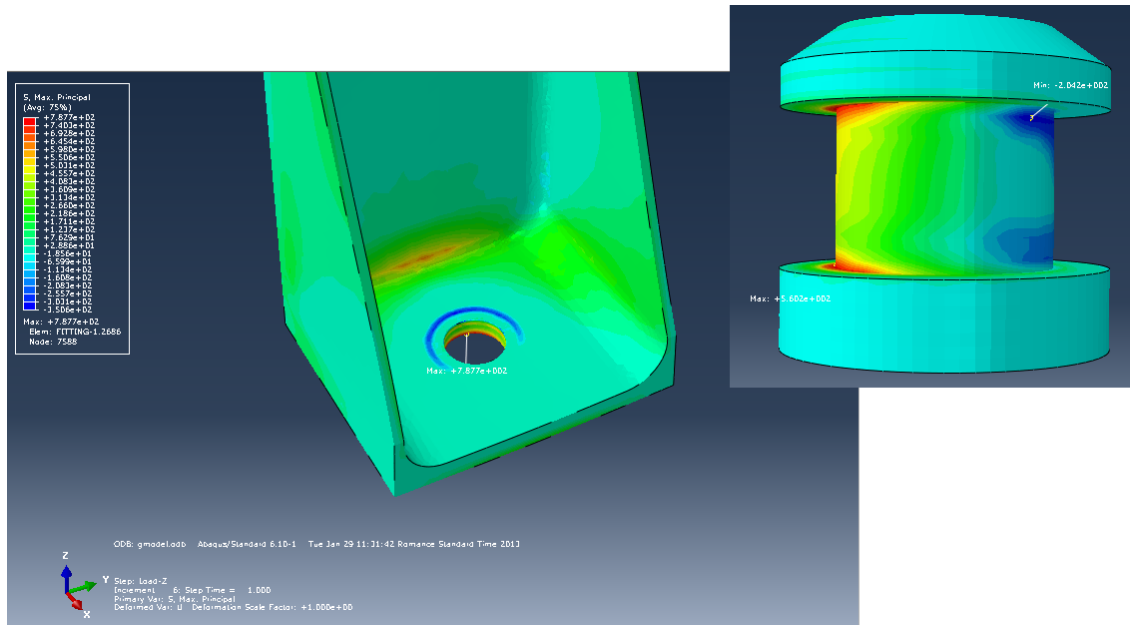


Figura 28. Tensiones Máximas Principales después de la tensión

En este caso, la influencia de la pretensión hace que la única zona donde se produce la compresión es, como se aprecia en la imagen, la “media luna azul” alrededor del taladro.

Sin embargo, este esfuerzo de compresión ya no es producido por la carga de pretensión sino por la flexión que se produce en el radio de fondo. Esta flexión hace que el herraje se clave en la cabeza del bulón produciendo esfuerzos de compresión (ver Figura 29).

$$\sigma_{\text{mínima_dirección_max_principal_herraje}} = -350.6 \text{ MPa}$$

Al igual que en el herraje, los esfuerzos en la caña del bulón se distribuyen según la flexión que está sufriendo debido al momento originado por el radio de acuerdo.

$$\sigma_{\text{max_principal_bulón}} = 560.2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\text{mínima_dirección_max_principal_bulón}} = -204.2 \text{ MPa}$$

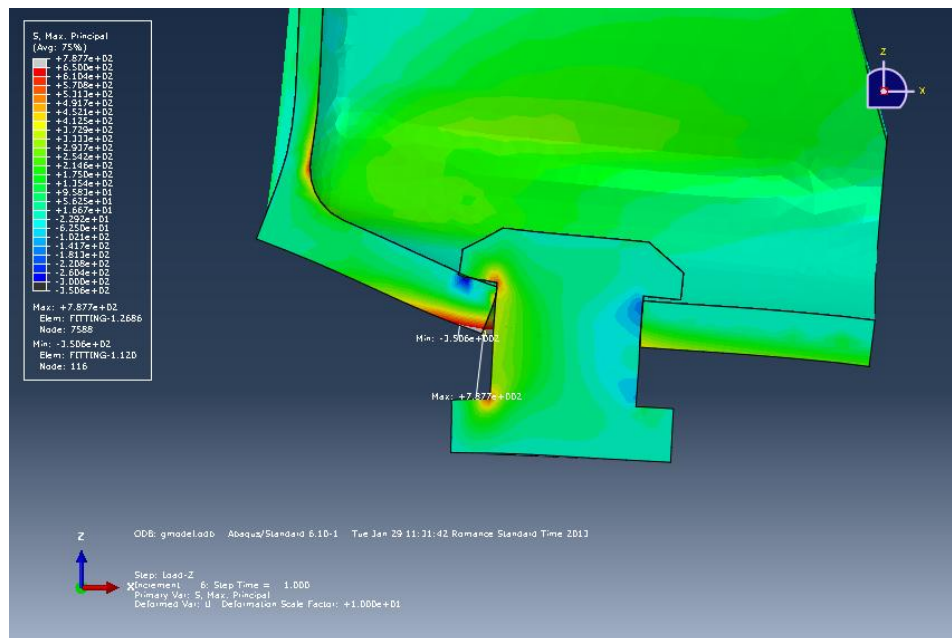


Figura 29. Tensiones producidas por la flexión del radio de acuerdo

Como se observa en esta figura, el momento que surge debido a la distancia entre la placa vertical y el bulón produce una tensión de tracción en la parte inferior del herraje.

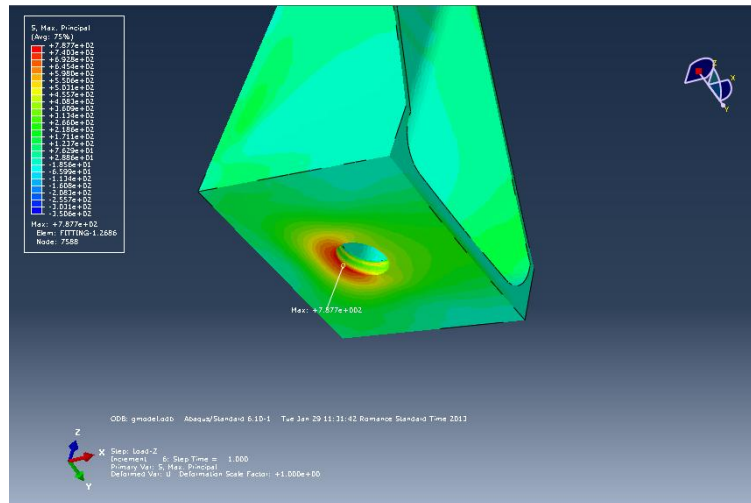


Figura 30. Esfuerzos máximos de tracción en el herraje

Al ser los esfuerzos de tracción máximos todo indica que la grieta empezará a propagarse por esa zona.

$$\sigma_{max_principal_herraje} = 787.7 \text{ MPa}$$

4.3 Análisis XFEM

En este estudio se determinarán los elementos que han sido dañados por XFEM. Además, se obtendrán las curvas del esfuerzo máximo y deformación de uno de estos elementos. La siguiente figura muestra la aparición de los primeros elementos dañados tras haber aplicado el 60% de la carga.

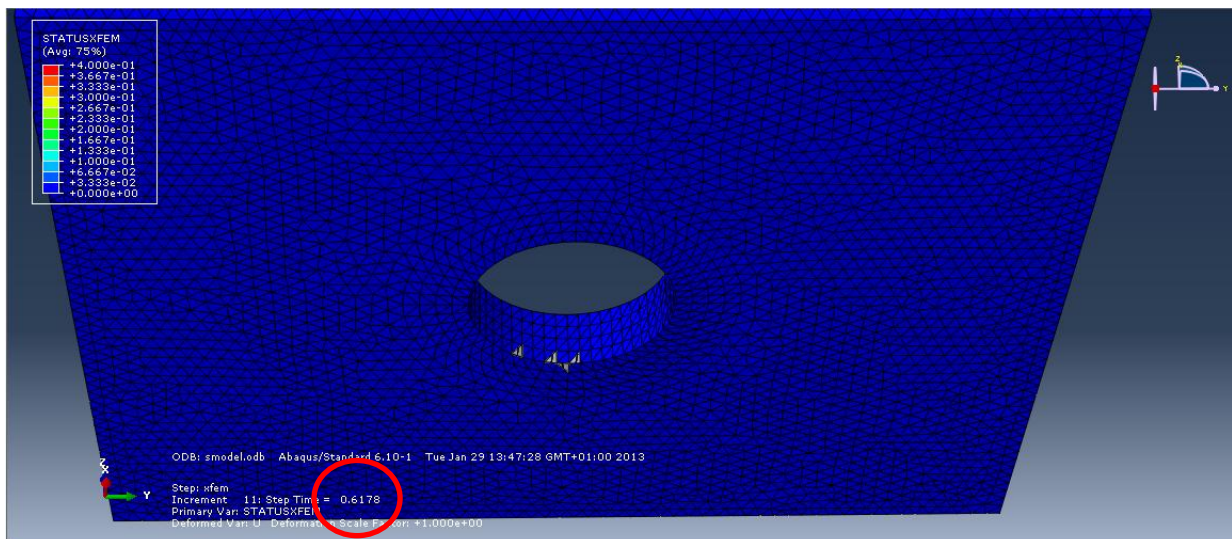


Figura 31. Elementos dañados

Los elementos marcados en gris son los elementos dañados. Como se había previsto, la grieta empieza a generarse en la parte inferior de herraje.

4.3.1 Tensiones y deformaciones

Las siguientes gráficas muestran el comportamiento de las curvas de la tensión y la deformación de los elementos que han sido afectados por el XFEM. Los resultados son intuitivos, el valor exacto de los picos no es relevante.

En primer lugar, como se observa en la Figura 32, el esfuerzo máximo principal aumenta linealmente a lo largo del tiempo (debido al comportamiento elástico que se ha asignado al material). Una vez que se produce la rotura, la curva distorsiona y se producen unas singularidades hasta que se estabiliza y se queda constante. Esto ocurre porque la carga se redistribuye por los demás elementos que no han sido afectados.

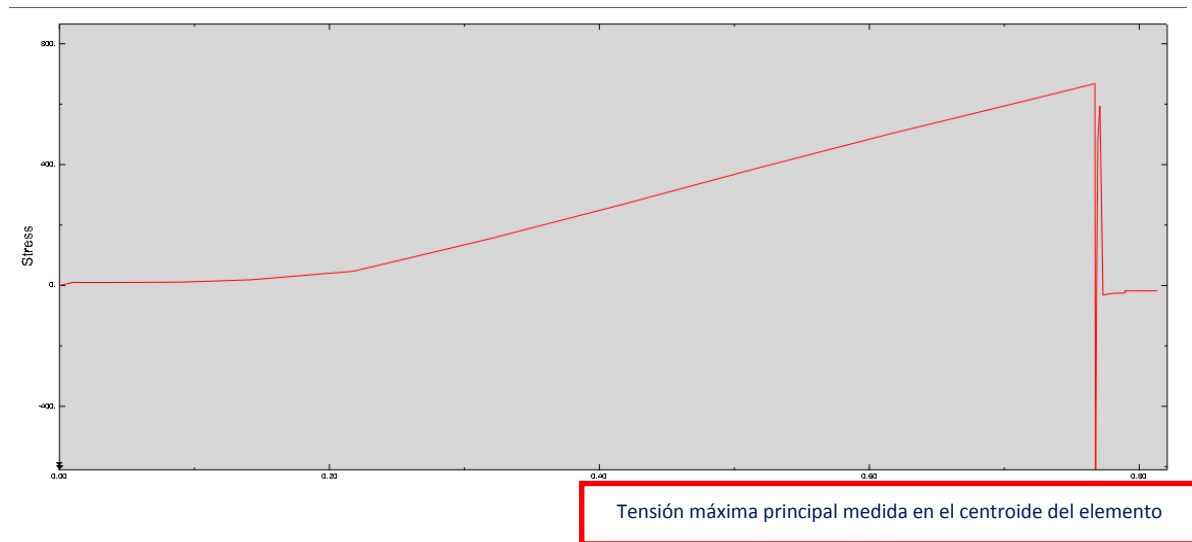


Figura 32. Tensión máxima principal en un elemento XFEM

Los elementos contiguos que no han sido dañados aumentan su carga considerablemente al redistribuir los esfuerzos. Además, las tensiones tienden al infinito en el frente de grieta lo que da lugar a la propagación de la misma.

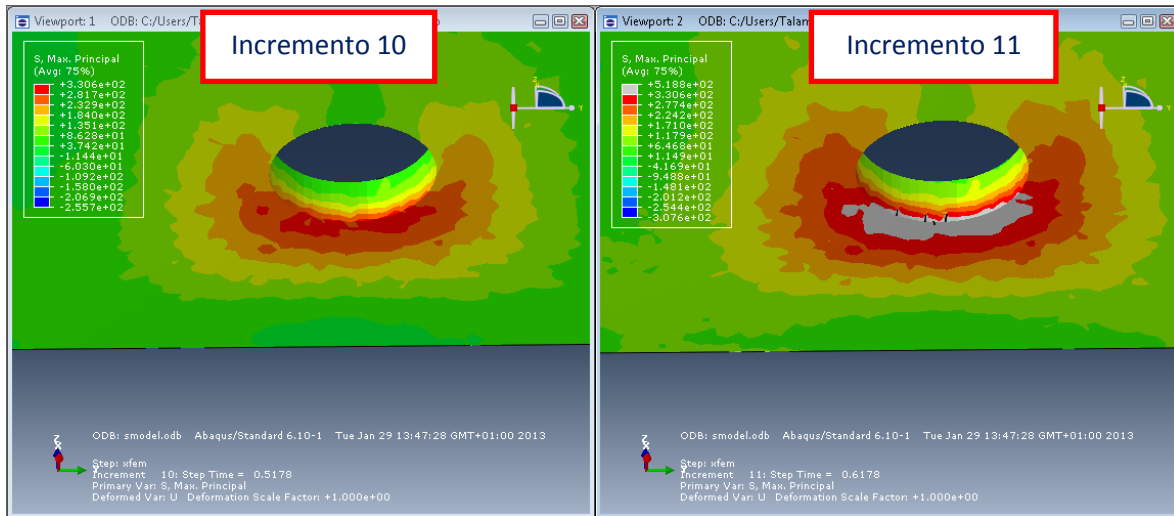


Figura 33. Diferencia de esfuerzos en incrementos 10/11

En cuanto a la deformación, ocurre algo parecido que con los esfuerzos. Debido al comportamiento elástico el crecimiento de la curva es lineal hasta que se produce la rotura. A partir de este momento, la deformación vuelve a cero y empieza a aumentar linealmente hasta que se hace constante (tensión constante).

Teóricamente la deformación vuelve al origen justo en el momento de la rotura. Esto ocurre porque el herraje sólo se ha deformado elásticamente, sin embargo, los cálculos mediante FEM dejan residuos en los resultados. Los valores serán más exactos cuanto mayor afinidad tenga la malla.

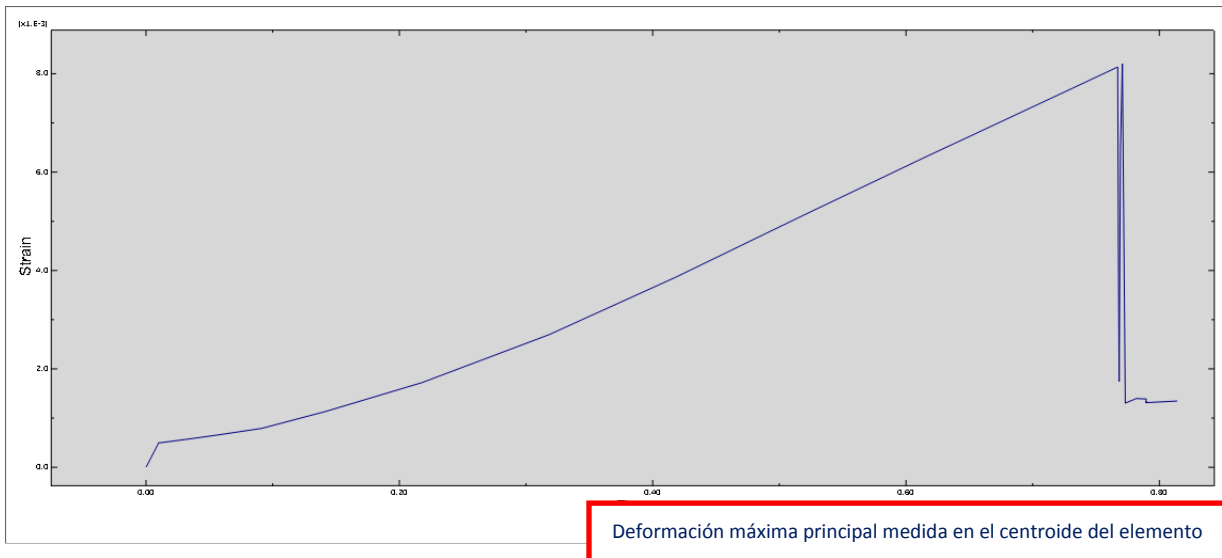


Figura 34. Deformación máxima principal en un elemento XFEM

4.4 Extracción de material del primer análisis

Una vez reconocidos los elementos que han sufrido rotura y se han calculado las respectivas coordenadas de los centroides se extrae el material del Modelo Global quedando el siguiente resultado:

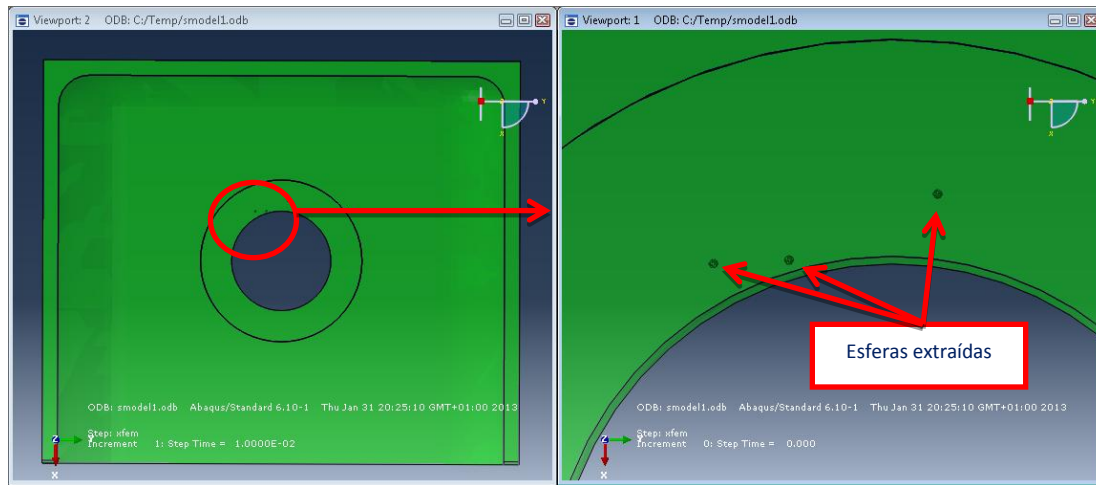


Figura 35. Extracción de material de la primera iteración

El inicio de grieta ha surgido en la parte interior del material, esto es motivo de la afinidad de la malla y los residuos producidos por el cálculo.

En el Anexo se puede observar la propagación de grieta durante todo el proceso después 26 de iteraciones.

5 Conclusiones y futuros trabajos

5.1 Conclusiones

- La modelización de la tolerancia al daño en modelos virtuales no es exacta, depende de un gran número de parámetros.
- Calcular la propagación de grieta en un modelo con contactos mediante XFEM requiere de
- El lenguaje Python facilita en gran medida la automatización del problema gracias, en parte, a la extensa biblioteca de objetos de programación que proporciona Abaqus.
- El método *Submodeling* proporciona resultados muy satisfactorios al heredar las cargas y condiciones de contorno del Modelo Global.
- En contactos cilíndricos es recomendable utilizar mallas estructuradas para ayudar a la convergencia en el cálculo.
- El método es independiente de la geometría y de la herramienta y puede aplicarse a cualquier tipo de problema.

5.2 Trabajos Futuros

La herramienta descrita en este documento está abierta a posibles modificaciones. La siguiente lista muestra los posibles trabajos futuros que se pueden realizar a partir de los resultados obtenidos en este documento:

Realizar el ensayo experimental para comparar con resultados reales la validez de la herramienta. Analizar errores en el método FEM y proponer posibles hipótesis.

Comprobar diferentes situaciones de aparición de grieta a partir de variaciones de la geometría gracias al programa. Realizar a partir de los resultados obtenidos diferentes estudios estadísticos (Montecarlo, Gauss...) automatizando el proceso mediante lanzadores de casos.

Perfeccionar la herramienta. Realizar mejoras en el diseño geométrico aplicando el remachado en la placa vertical. Optimizar los bucles y los cálculos en la herramienta para reducir los tiempos de espera entre cada análisis.

Automatizar las salidas de resultados para obtener información acerca de los tiempos de propagación de la grieta, del número de incrementos en cada ciclo...

Comprobar los tiempos de computación según el refinado de malla del modelo. Además comprobar la hipótesis de resultados más próximos a la realidad a media que se disminuye el radio de la esfera de extracción.

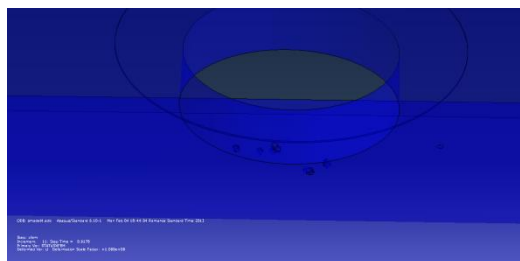
Aplicar el método a problemas diferentes. Crear nuevas herramientas que apliquen este método a modelos diferentes que el del herraje a tracción con rigidizadores.

BIBLIOGRAFÍA

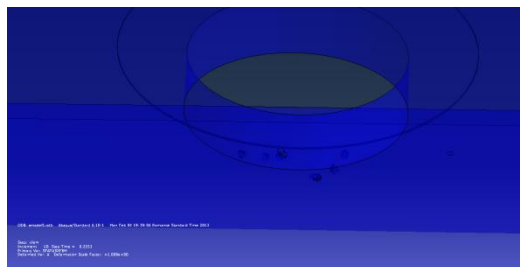
1. J. San Millán Fiel, I. J. Armendáriz, A. García Martínez, Salamanca, F. Martín de la Escalera “SIMULACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS DEL COMPORTAMIENTO EN TOLERANCIA AL DAÑO DE ESTRUCTURAS AERONÁUTICAS”. Octavo Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica (<http://congreso.pucp.edu.pe/cibim8/pdf/08/08-11.pdf>) (Última visita: diciembre 2012).
2. M. Verga Perry. “TÉCNICAS DE PREDICCIÓN DEL CRECIMIENTO DE GRIETAS Y TOLERANCIA AL DAÑO. PARTE II”. Universidad de Chile. (<http://xa.yimg.com/kq/groups/14513087/813009165/name/TOLERANCIA+AL+DA%C3%91O+II.pdf>) (Última visita: noviembre 2012).
3. Instrucción E.A.E. Capítulo XI. Artículo 42º. “ESTADO LÍMITE DE FATIGA”. (http://www.uclm.es/area/ing_rural/Normativa/EAE/capitulo11.pdf) (Última visita: diciembre 2012)
4. C.P. Buckley. “Material Failure”. Lecture Notes (2005), University of Oxford.
5. T.L. Anderson, “Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications” (1995) CRC Press.
6. J.L. Arana J.J. González, “Mecánica de Fractura” (2002), Publicaciones de la Universidad del País Vasco.
7. Google APP Engine. Curso Python Ya Online. (<http://pythonya.appspot.com>) (Última visita: enero 2013)
8. Y. Uzcátegui Flores. Centro Nacional de Cálculo Científico Universidad de los Andes. “ABAQUS PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS”. Mérida (Venezuela). (http://www.cecalc.ula.ve/documentacion/tutoriales/abaqus/introduccion_abaqus.pdf) (Última visita: enero 2013)
9. Dassault Systèmes. Simulia. “Abaqus/CAE User’s Manual” & “Abaqus Analysis User’s Manual”.
10. Dassault Systèmes. Simulia. PRINCIPIA Ingenieros Consultores. “Modeling Fracture and Failure with Abaqus”. (2006).
11. C. Watkins. Global Spec. “The Centroid of a Tetrahedron”. From *Advanced Engineering Mathematics: A Computer Approach, Seventh Edition*. (<http://www.globalspec.com/reference/52702/203279/4-8-the-centroid-of-a-tetrahedron>) (Última visita: enero 2013)
12. J. Zahr y J.L. Pérez Castellanos. “EL MEF EN PROBLEMAS DE FRACTURA”. Apuntes asignatura: El método de los elementos finitos en la mecánica de sólidos. Máster en Mecánica Industrial (2012/2013)
13. J. A. Loya. “MECÁNICA DE FRACTURA LINEAL Y ELÁSTICA”. Apuntes asignatura: Estabilidad e Integridad Estructural. Máster en Mecánica Industrial (2012/2013)
14. Normas privadas de Atos Spain S.A. Engineering Solutions (2013)

A continuación se muestra el crecimiento de grieta según el número de iteraciones.

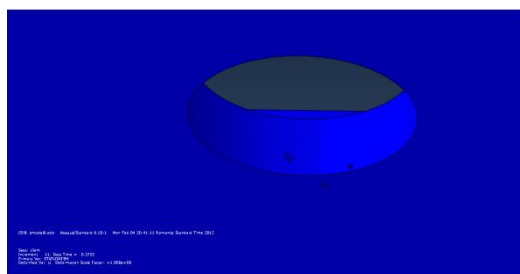
Iteración 5



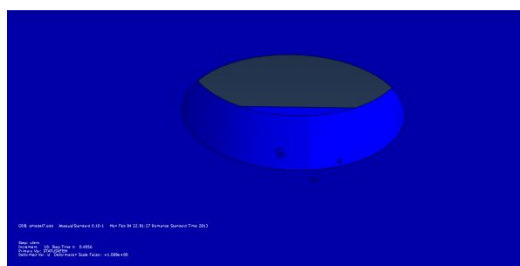
Iteración 6



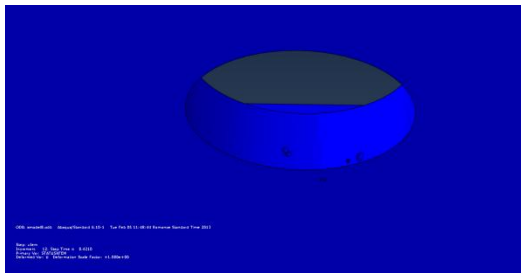
Iteración 7



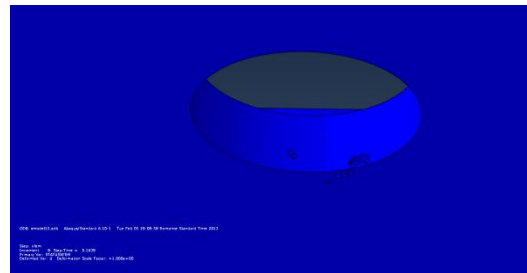
Iteración 8



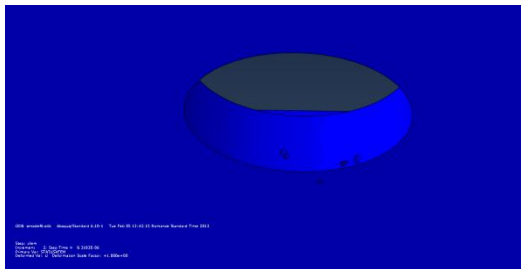
Iteración 9



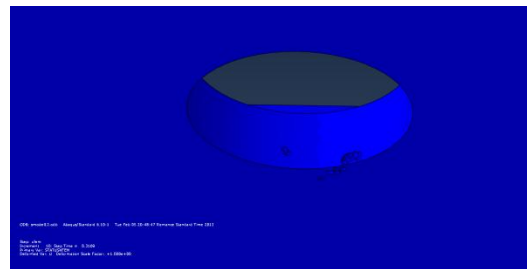
Iteración 13



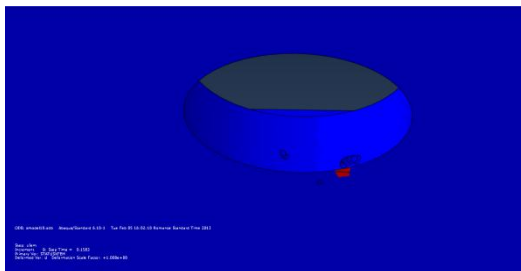
Iteración 10



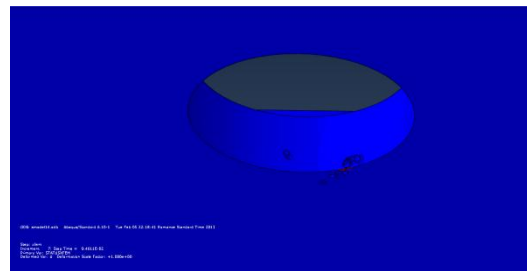
Iteración 14



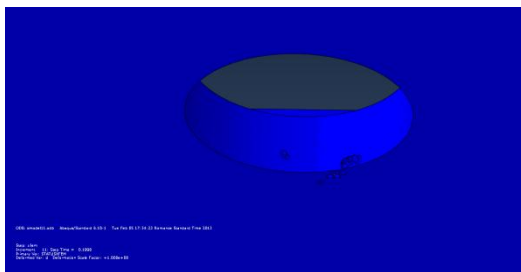
Iteración 11



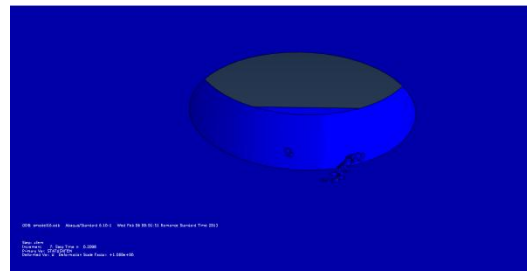
Iteración 15



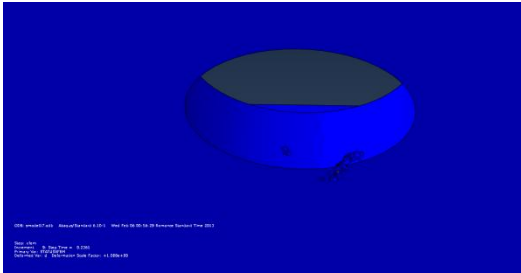
Iteración 12



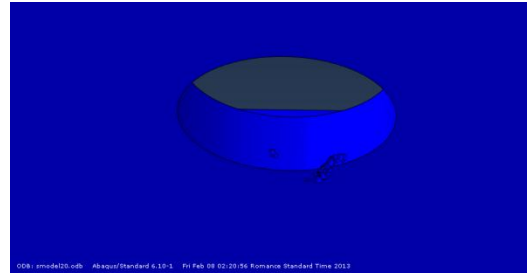
Iteración 16



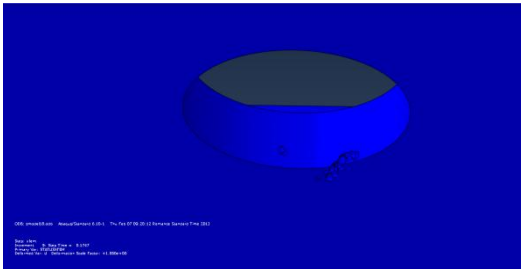
Iteración 17



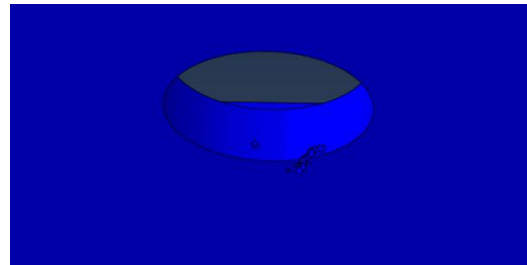
Iteración 21



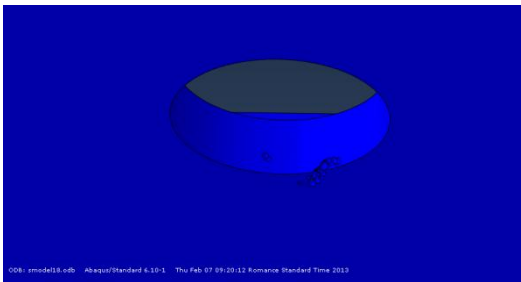
Iteración 18



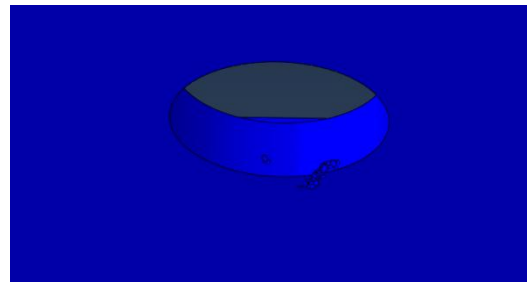
Iteración 22



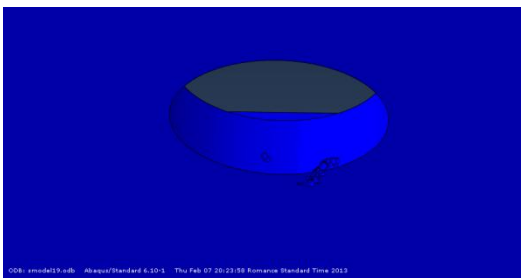
Iteración 19



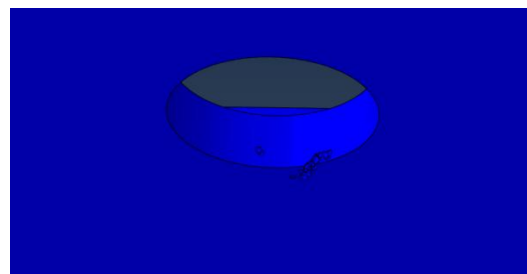
Iteración 23



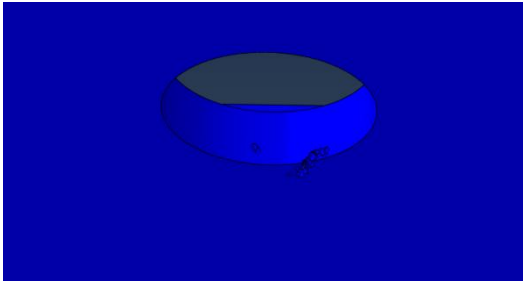
Iteración 20



Iteración 24



Iteración 25



Iteración 26

